



**Recueil De Mécanique**  
**Centre Universitaire**  
**El Wancharissi de Tissemsilt**

Research Paper

DOI : 10.5281/zenodo.1173687

Open access



# Numerical investigation of a laminar flow in a tubular chain of a heated floor slab

Étude numérique d'un écoulement laminaire dans une chaîne tubulaire d'une dalle de plancher chauffant

**Abdellatif OUDRAN<sup>a,\*</sup>, Benaoumeur AOUR<sup>b</sup>**

<sup>a</sup>Centre universitaire El-Wancharissi, Route de Bougra Ben Hamouda, 38010, Tissemsilt, (Algérie)

<sup>b</sup>Laboratoire de Biomécanique Appliquée et Biomatériaux (LABAB), BP 1523 El Mnaour, ENPO, 31000, Oran, (Algérie)

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 08 January 18

Received in revised form 15 February 18

Accepted 15 February 18

### Keyword:

Navier-Stokes, fluid medium, laminar, tubular chain, stabilization, implicit method.

### Mots clés:

Navier-Stokes, milieu fluide, laminaire, chaîne tubulaire, stabilisation, méthode implicite.

## ABSTRACT

The present work deals with a numerical study of a laminar flow in a tubular string of a floor slab based on a model of stabilization algorithms that of Gauss and Thomas. The transport equations for the motion amount and heat are the classical equations of forced convection. To describe the amount transfer of the movement in the heating slab pipe (fluid medium), we retained to the PRANDTL simplified model which takes into account the most important terms for a laminar flow in the pipeline. For this, a numerical resolution of the equations governing this flow has been carried out. These equations have been discretized by an implicit finite difference method. The algebraic equations systems thus obtained have been solved by the Gauss and Thomas algorithms. The numerical simulation results have highlighted the effect of the geometrical and thermal parameters of the pipe on the temperature evolution and the coolant velocity.

## RÉSUMÉ

Le présent travail porte sur une étude numérique d'un écoulement laminaire dans une chaîne tubulaire d'une dalle de plancher chauffant basé sur un modèle de stabilisation résolu avec les algorithmes de Gauss et de Thomas. Les équations de transport de la quantité du mouvement et de la chaleur sont les équations classiques de la convection forcée. Pour décrire le transfert de la quantité du mouvement dans la canalisation de la dalle chauffante (milieu fluide), nous avons retenu le modèle simplifié de PRANDTL qui tient en compte que les termes les plus importants pour un écoulement laminaire dans la canalisation. Pour cela, une résolution numérique des équations régissant cet écoulement a été effectuée. Ces équations ont été discrétisées par une méthode implicite aux différences finies. Les systèmes d'équations algébriques ainsi obtenus ont été résolus par les algorithmes de Gauss et Thomas. Les résultats de la simulation numérique ont mis en évidence l'effet des paramètres géométriques et thermiques de la canalisation sur l'évolution de la température et la vitesse du fluide caloporteur.

## 1. Introduction

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la consommation énergétique du bâtiment en utilisant différentes méthodes et en étudiant différents paramètres qui peuvent contribuer à économiser de l'énergie (choix des matériaux, isolation thermique, infiltration d'air, équipements,...etc. [1]. La consommation énergétique des bâtiments du secteur tertiaire est difficile à

\* Oudrane Abdellatif. Tel.: +213662830459.

E-mail address: abdellatif.habadat@gmail.com

estimer du fait de l'importance des apports internes et solaires, de la complexité de la régulation du système de chauffage et de son intermittence [2].

Dans les milieux bâtis, le confort thermique constitue une exigence essentielle à laquelle le concepteur doit apporter les réponses nécessaires. La définition du confort thermique est ainsi d'une grande importance pour le bâtiment afin de lui permettre d'atteindre ses objectifs de fonctionnalité tout en justifiant, à tort ou à raison, l'installation des équipements d'ambiance (chauffage, ventilation et climatisation) [3]. Le plancher chauffant, quant à lui, convient à tous les types de constructions neuves et de rénovation lourde. Il assure un confort thermique absolu dans l'habitat collectif ou individuel, les bâtiments de grand volume, le secteur tertiaire ou les collectivités (crèches, écoles, gymnases...) [4].

Dans ce contexte, le présent travail consiste dans un premier temps à présenter la formulation mathématique et les équations régissant les transferts thermiques dans les deux milieux (solide-fluide). En effet, le domaine physique, en l'occurrence, la dalle chauffante en béton a été décomposée numériquement en deux sous-domaines. Le premier est la chaîne tubulaire du fluide caloporteur, qui est représentée par un canal horizontal de longueur  $L$  et de section rectangulaire ( $b \times h$ ). Les équations régissant les transferts dans ce sous-domaine sont les équations classiques de Navier-Stokes. Le deuxième sous-domaine est le béton d'enrobage avec l'équation de la conservation d'énergie. En revanche, le travail présenté est attaché avec la modélisation de l'écoulement du fluide caloporteur.

En effet, les équations de conservation de la quantité du mouvement, la conservation de la masse et la conservation d'énergie sont discrétisées d'une manière implicite en utilisant la méthode des différences finies. La résolution numérique est effectuée par les algorithmes de Gauss et Thomas dans l'écoulement du fluide. La résolution s'effectue colonne par colonne dans le sens de l'écoulement et le maillage retenu est un maillage régulier dans le domaine fluide.

## 2. Description du problème physique

Dans ce paragraphe, on se focalise sur la mise en équations du problème physique en utilisant les équations de conservation de la masse et de la quantité du mouvement, en plus de la distribution d'énergie dans le fluide [5]. On commencera par l'écriture des équations générales de Navier-Stokes, puis on passera aux différents traitements de ces équations pour les adapter aux conditions aux limites prises en considération. Pour cela, nous avons pris en considération certaines hypothèses simplificatrices nécessaires, ainsi que les conditions aux limites associées au modèle physique.

Le profil de la vitesse à l'entrée du canal est supposé de type parabolique, l'eau se trouve à une température  $T_0$ , avec une vitesse  $U_0$  et une pression constante  $P_0$ . Les transferts dans le canal sont régis par les équations classiques de la convection forcée. Un repère cartésien est associé à ce modèle physique qui représente l'origine de ce repère est placée à l'extrémité inférieure de la canalisation. L'abscisse  $x$  est comptée positivement dans la direction normale à la paroi latérale et l'ordonnée  $y$  est comptée positivement dans la direction perpendiculaire à la paroi inférieure (Fig.1).

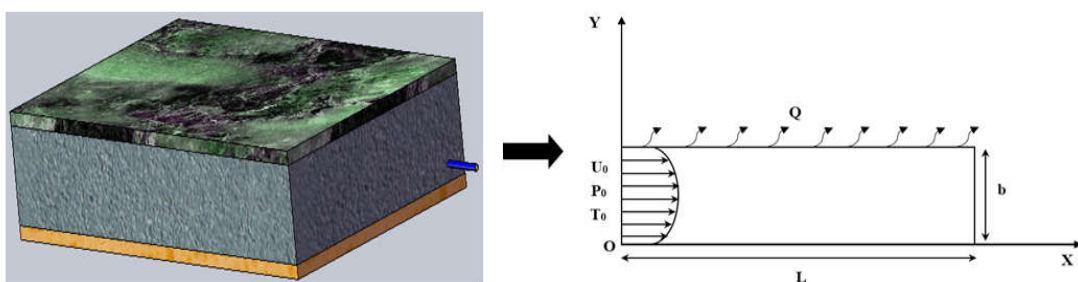


Fig. 1- Représentation schématique du modèle physique.

## 3. Formulation mathématique du phénomène d'écoulement du fluide

Dans cette partie, nous allons exposer les différentes étapes de la formulation mathématique nécessaire pour aboutir aux équations finales régissant le phénomène d'écoulement du fluide dans la canalisation de la dalle chauffante.

### 3.1. Hypothèses simplificatrices

Un ensemble d'hypothèses est retenu dans cette étude, afin de simplifier la modélisation mathématique du phénomène. Ces hypothèses sont issues des propriétés physiques de l'écoulement du fluide dans une conduite horizontale à section rectangulaire.

Les principales hypothèses prises en compte dans cette étude peuvent se résumer comme suit :

- le fluide est Newtonien, visqueux et incompressible ;
- l'écoulement est transitoire, avec un régime laminaire ;
- l'écoulement est bidimensionnel (l'écoulement n'a donc que deux composantes de la vitesse, une le long de la paroi et une dans la direction normale) ;
- absence de sources internes de chaleur  $\phi_S = 0$  : la puissance thermique associée à la dissipation visqueuse est négligée ;
- les propriétés physiques ( $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$ ) sont constantes.

### ➤ Equations régissant le champ hydrodynamique, thermique et massique

On exprimera les équations dans un système de coordonnées cartésiennes :

- Les coordonnées  $(x, y, z)$  ;
- Les vitesses  $(u, v, w)$ .

Les équations de conservation qui régissent l'écoulement d'un fluide Newtonien dans la canalisation de la dalle chauffante en béton s'écrivent comme suit [4]:

### ➤ Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

### ➤ Equations de quantité du mouvement

Les équations de quantité du mouvement écrites suivants les trois axes  $(u, v, w)$  sont [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\rho \partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\rho \partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\rho \partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

En appliquant le bilan de la quantité du mouvement pour un domaine fixe et en se plaçant dans le cadre des hypothèses simplificatrices. L'équation vectorielle de la conservation de la quantité du mouvement à travers un milieu fluide s'écrit [4]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\rho \partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Un traitement rigoureux de la couche limite nécessiterait la résolution complète des équations de Navier-Stokes. Leur complexité a donné à PRANDTL l'idée de les simplifier pour ne retenir que les termes les plus importants [5]. L'idée principale consiste à négliger les gradients axiaux  $\partial/\partial x$  devant les gradients transverses  $\partial/\partial y$ . On obtient ainsi les équations de PRANDTL de la couche limite qui gouverne l'écoulement laminaire dans la canalisation de la dalle chauffante comme suit [5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

Ces équations ont été établies en supposant que  $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$  et que la pression ne varie pas suivant la direction "Oy".

Un raisonnement analogue fournit une équation simplifiée de la température comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\lambda}{\rho C_P} \quad (7)$$

#### ➤ Equation de la conservation de la masse

En se plaçant dans le cadre d'un fluide incompressible, l'équation de continuité obtenue en appliquant le principe de conservation de la masse, s'écrit en coordonnées cartésiennes et pour un écoulement bidimensionnel, sous la forme suivante [4]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

#### ➤ Equation de conservation de l'énergie

Le principe de la conservation de l'énergie mène à l'équation d'énergie suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C_P} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (9)$$

### 3.2. Conditions initiales et les conditions aux limites

#### ➤ Conditions initiales

Le fluide est supposé initialement au repos, puis on exerce sur lui un gradient de pression constant. Ce dernier provoquera l'écoulement du fluide dans la conduite. Ce qui signifie que la vitesse  $u(x, y, t)$  du fluide au temps ( $t = 0$  s) est nulle :

$$u(x, y, 0) = 0.0 \quad \forall x \quad \text{et} \quad \forall y \quad (10)$$

#### ➤ Conditions aux limites

Du fait de l'effet des couches limites hydrodynamique de PRANDTL, les particules du fluide qui se trouvent au contact avec les parois s'adhèrent à ces dernières et restent immobiles :

$$u(x, 0, t) = u(L, 0, t) \quad \forall x \quad \text{et} \quad \forall t \quad (11)$$

$$u(0, y, t) = u(0, b, t) \quad \forall y \quad \text{et} \quad \forall t \quad (12)$$

## 4. Variables adimensionnelle des équations locales

Pour rendre ces équations plus simples et permettre de généraliser les résultats obtenus à tous les phénomènes similaires, nous allons introduire un ensemble des variables réduites (Tableau 1) pour aboutir une forme adimensionnelle exploitable.

Fréquemment, les principales caractéristiques d'un écoulement peuvent être déterminées à l'aide des nombres sans dimension. Dans cette section, nous présentons les nombres sans dimensions que nous avons utilisés dans ce document. La majorité de ces nombres apparaît naturellement lors de l'adimensionnalisation. Ces nombres sont les suivants :

- **Nombre de Reynolds** : ce nombre définit le rapport entre les forces d'inertie (termes convectifs) et les forces de viscosité. De plus, le passage du régime laminaire au régime turbulent est souvent caractérisé par ce nombre [6].

$$Re = \frac{\rho \cdot D_h \cdot U_0}{\mu} \quad (13)$$

- **Nombre de Prandtl** : il quantifie le rapport entre les transferts de la quantité de mouvement par les forces visqueuses et le transfert de chaleur par conductivité thermique [7].

$$Pr = \frac{\mu \cdot Cp}{\lambda} \quad (14)$$

**Tableau 1- Variables adimensionnelle des équations locales [6]**

Grandeur	Temps	Longueur	Vitesse	Pression	Température
Échelle	$t$	$L$	$u$	$P$	$T$
Grandeur adimensionnelle associée	$t^* = \frac{u_0}{b} \times t$	$x^* = \frac{x}{b}$ et $y^* = \frac{y}{b}$	$u^* = \frac{u}{u_0}$	$P^* = \frac{P - P_0}{\left(\frac{1}{2}\right) \rho u_0^2}$	$T^* = \frac{T}{T_0}$

Le fluide caloporteur dans la canalisation de la dalle chauffante est considéré comme une eau chaude dont les propriétés thermiques sont les suivantes :

**Tableau 2- Propriétés thermiques de l'eau à 20°C et à pression constante [7]**

$C_p$	Chaleur spécifique	4182 J/(kg.K)
$\rho$	Masse volumique	1000 Kg / m <sup>3</sup>
$\mu$	Vitesse moyenne du fluide en m/s	10 <sup>-3</sup> kg/(m.s)
$\lambda$	Conductivité thermique	0.597 W/(m.K)

## 5. Modélisation numérique

Pour ce type de problème nous avons choisi la méthode des différences finies pour la résolution des équations de Navier-Stokes, régissant l'écoulement du fluide caloporteur dans les canalisations de la dalle chauffante. Ce choix est justifié par le fait que leur mise en œuvre est relativement facile et à leur préservation du caractère conservatif des équations sur chaque élément de contrôle.

### 5.1. Maillage du domaine de fluide

Au départ, nous allons chercher un moyen qui nous permettra de localiser spatialement et temporellement tous les points de la solution numérique en créant une grille de calcul. Dans la suite, le raisonnement sera fait sur un espace plan (2D), alors que l'extension pour le 3D est faite d'une manière intuitive [8]. La figure 2 représente la procédure utilisée pour repérer les points du domaine étudié.

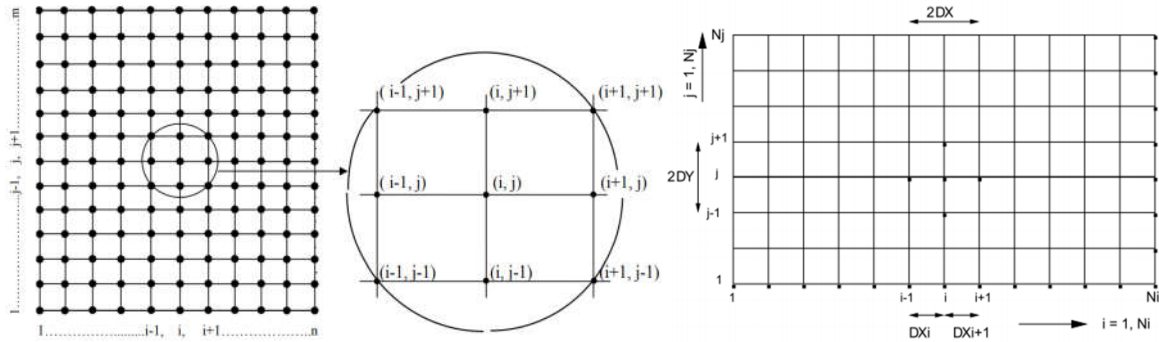


Fig.2. Eléments de maillage bidimensionnel du domaine de calcul en (i, j) [8].

## 5.2. Traitement numérique de l'écoulement dans la canalisation rectangulaire

Dans cette étude, on considère un écoulement de fluide bidimensionnel dans une conduite de section rectangulaire. L'écoulement est supposé visqueux incompressible entre deux plaques de grande étendue, parallèles et séparées par une petite distance entre deux parois indéformables. Les deux plaques sont fixes et le fluide est mis en mouvement par un gradient de pression.

Après la substitution par les variables adimensionnelles des équations locales (Voir Tableau 1), les équations (5), (7) et (8) deviendront :

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \quad (15)$$

Suivant la discrétisation par la méthode implicite des différences finies, on trouve [9, 10]:

- Pour la vitesse par rapport au terme du temps ;

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial t^*} \right)_{t^*=0} = \frac{u_{i,j}^{*t+\Delta t} - u_{i,j}^{*t}}{\Delta t^*} \quad (16)$$

- Pour la vitesse par rapport à la direction (Ox), nous avons opté pour le schéma arrière ;

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right)_{x^*=0} = \frac{u_{i,j}^{*t+\Delta t} - u_{i-1,j}^{*t+\Delta t}}{\Delta x^*} \quad (17)$$

- Pour la vitesse par rapport à la direction (Oy), nous avons opté pour le schéma centré ;

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} = \frac{u_{i,j+1}^{*t+\Delta t} - u_{i,j-1}^{*t+\Delta t}}{2\Delta y^*} \quad (18)$$

- Pour la vitesse d'ordre 2 par rapport à la direction (Oy), nous avons opté pour le schéma centré ;

$$\left. \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right)_{y^*=0} = \frac{u_{i,j-1}^{*t+\Delta t} - 2u_{i,j}^{*t+\Delta t} + u_{i,j+1}^{*t+\Delta t}}{\Delta y^{*2}} \quad (19)$$

Si on déduit les coefficients de la matrice de Gauss, on trouve les relations suivantes :

$$A = u_{i,j-1}^{*t+\Delta t}, \quad B = u_{i,j}^{*t+\Delta t}, \quad C = u_{i,j+1}^{*t+\Delta t} \quad (20)$$

$$A = u_{i,j-1}^{*t+\Delta t} = \left( -\frac{v_{i,j}^{*t}}{2\Delta y^*} - \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{1}{\Delta y^{*2}} \right) \quad (21)$$

$$B = u_{i,j}^{*t+\Delta t} = \left( -\frac{1}{\Delta t^*} + \frac{u_{i,j}^{*t}}{\Delta x^*} + \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{2}{\Delta y^{*2}} \right) \quad (22)$$

$$C = u_{i,j+1}^{*t+\Delta t} = \left( \frac{v_{i,j}^{*t}}{2\Delta y^*} - \frac{1}{\text{Re} \cdot \Delta y^{*2}} \right) \quad (23)$$

$$D = \left( \frac{u_{i,j}^{*t}}{\Delta t^*} + \frac{u_{i,j}^{*t} \times u_{i-1,j}^{*t+\Delta t}}{\Delta x^*} \right) \quad (24)$$

L'équation de la conservation de l'énergie dans le fluide caloporteur devient comme suit :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \quad (25)$$

De même, pour les coefficients de la matrice de Thomas, on trouve [9]:

$$A.T_{i,j-1}^{*t+\Delta t} + B.T_{i,j}^{*t+\Delta t} + C.T_{i,j+1}^{*t+\Delta t} = D \quad (26)$$

$$A = T_{i,j-1}^{*t+\Delta t} = \left( -\frac{v_{i,j}^{*t}}{2\Delta y^*} - \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \Delta y^{*2}} \right) \quad (27)$$

$$B = T_{i,j}^{*t+\Delta t} = \left( \frac{1}{\Delta t^*} + \frac{u_{i,j}^{*t}}{\Delta x^*} + \frac{2}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \Delta y^{*2}} \right) \quad (28)$$

$$C = T_{i,j+1}^{*t+\Delta t} = \left( \frac{v_{i,j}^{*t}}{2\Delta y^*} - \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re} \cdot \Delta y^{*2}} \right) \quad (29)$$

$$D = \left( \frac{T_{i,j}^{*t}}{\Delta t^*} + \frac{u_{i,j}^{*t} \times T_{i-1,j}^{*t+\Delta t}}{\Delta x^*} \right) \quad (30)$$

Pour l'équation de la conservation de la masse, on trouve :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (31)$$

avec :

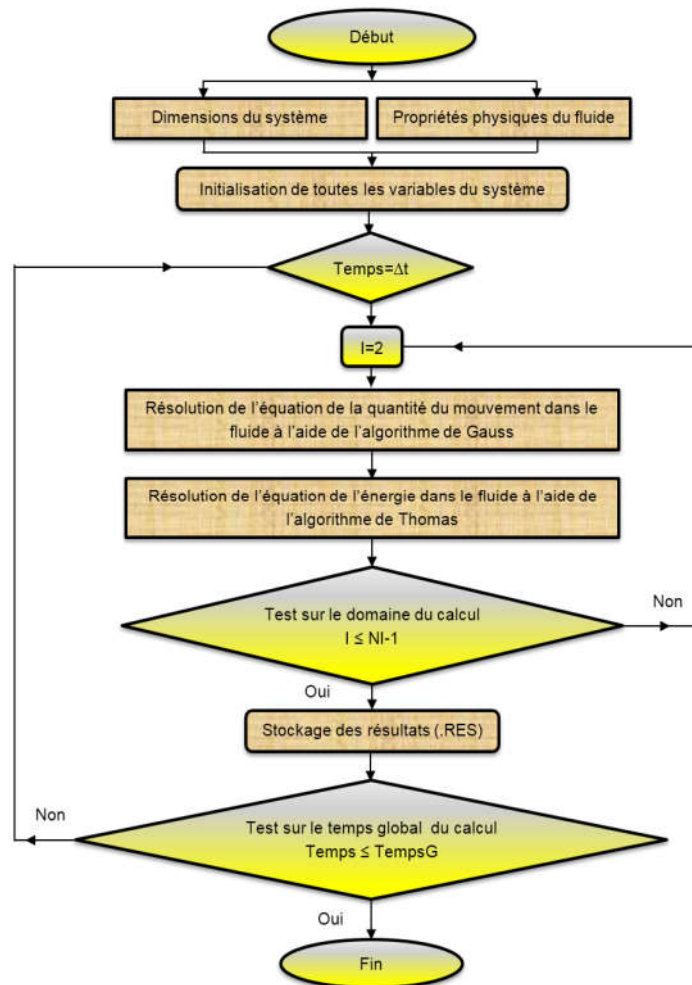
$$v_{i,j}^{*t+\Delta t} = v_{i,j-1}^{*t+\Delta t} - \frac{\Delta y^*}{\Delta x^*} (u_{i,j}^{*t+\Delta t} - u_{i-1,j}^{*t+\Delta t}) \quad (32)$$

### 5.3.Organigramme de la modélisation numérique de l'écoulement du fluide

La modélisation numérique de l'écoulement du fluide caloporteur dans la canalisation de la dalle en béton est basée sur les étapes suivantes :

- Dimensionnement de la canalisation du fluide.
- Introduction des propriétés thermiques du fluide caloporteur.
- Initialisation de toutes les variables du système à la température ambiante 25°C.
- Résolution des équations de Navier-Stokes régissant ce type d'écoulement du fluide.
- Test de convergence sur la vitesse moyenne et la température moyenne du fluide.
- Test sur le domaine de calcul du fluide.
- Test sur le temps global estimé pour calcul.

La figure 3 illustre les démarches essentielles des différentes étapes de calcul pour la modélisation numérique de l'écoulement du fluide dans les tubes de la dalle en béton en utilisant le langage Fortran90.



**Fig. 3.** Organigramme de la modélisation numérique de l'écoulement du fluide dans la canalisation étudiée de la dalle du plancher chauffant.

## 6. Résultats et discussions

### 6.1. Analyse de l'écoulement du fluide dans la canalisation de la dalle en béton

Les conditions aux limites de la chaîne tubulaire de la dalle en béton sont :

1. une température d'entrée du fluide égale à 60°C ;
2. les conditions aux limites imposées aux frontières sont de type Dirichlet (une température sur les parois inférieure et supérieure égale à 60°C) ;
3. la valeur de référence du nombre de Reynolds est de 500, donc le régime est laminaire ;
4. un gradient de la température dans la sortie du canal.

Les caractéristiques de la grille du calcul sont présentées dans le tableau 3.

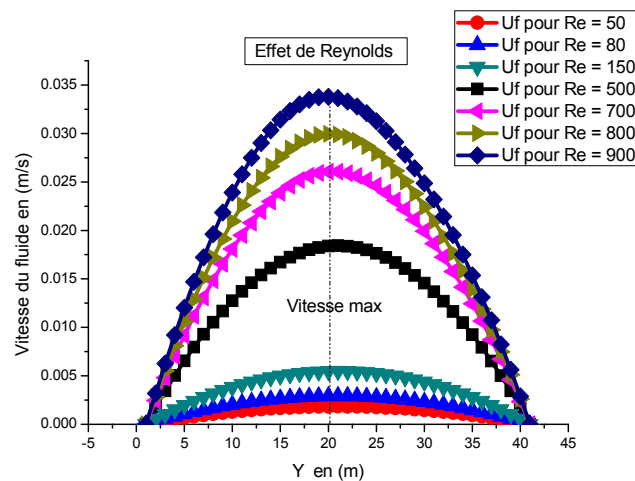


**Tableau 3- Caractéristiques de la grille du calcul dans la canalisation de la dalle**

Canal	Longueur $L$ sur (Ox)	Hauteur $b$ sur (Oy)	$NI$	$NJ$	$\Delta x$	$\Delta y$
	1m	$20 \cdot 10^{-3}$ m	101	41	$10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-4}$
NI et NJ sont respectivement les indices des nœuds sur l'axe des abscisses et des ordonnées						

### 6.2. Effet de la variation du nombre de Reynolds sur la vitesse du fluide

La figure 4 illustre les profils de la vitesse du fluide caloporteur dans le canal en fonction du pas d'espace. On peut remarquer que l'allure du profil de la vitesse du fluide dans la canalisation de la dalle chauffante est parabolique. En plus, elle garde la même forme pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 50, 80, 150, 700, 800$  et  $900$ ), mais il y a une différence relativement remarquable dans la vitesse maximale au centre du canal, qui est égale à  $0.0025$  m/s pour  $Re = 50$  et  $0.0325$  m/s pour  $Re = 900$ . Cette différence montre que l'influence de la variation du nombre de Reynolds sur l'écoulement du fluide est importante. En effet, quand on augmente la valeur de Reynolds, la vitesse augmente et vice-versa, ce qui explique que dans le cas des conduites en charge où l'écoulement est laminaire, seules les forces de viscosité qui interviennent.

**Fig. 4.** Profils de la vitesse du fluide caloporteur dans le canal en fonction du pas d'espace.

### 6.3. Effet du positionnement du fluide sur la vitesse d'écoulement

Il est à noter que les parois de la canalisation exercent des forces de frottement sur le fluide. Ainsi, au bout d'une longueur d'écoulement non négligeable, la vitesse prend un autre profil par rapport à l'entrée. D'après la figure 5, on constate que pour une section déterminée, la vitesse du fluide n'est pas la même en fonction de la position du fluide dans la canalisation de la dalle. En effet, pour un point situé au voisinage de l'entrée du canal  $U_f(5, Y)$ , son profil de vitesse est totalement différent par rapport à un autre point situé par exemple au centre du canal  $U_f(55, Y)$ . Ce qui explique le changement des profils de vitesses jusqu'à une vitesse nulle au niveau des parois (condition de non glissement) et une vitesse maximale au milieu du canal.

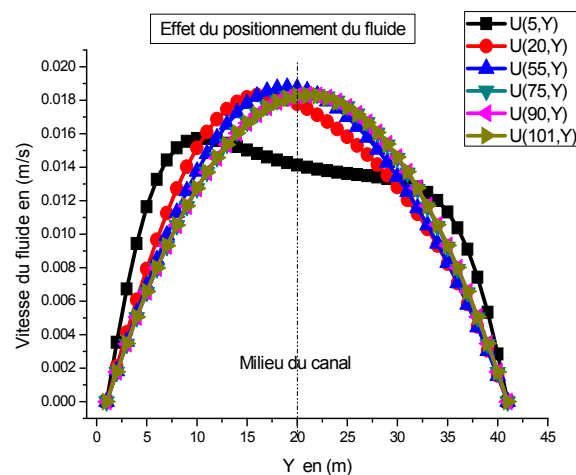


Fig. 5. Profils des vitesses du fluide caloporteur dans le canal pour différentes positions en fonction du pas d'espace.

#### 6.4. Effet du positionnement du fluide sur la température du fluide caloporteur

La figure 6 présente l'évolution des profils de la température du fluide caloporteur au sein de la chaîne tubulaire de la section rectangulaire en fonction du pas d'espace sur l'axe (Oy) pour différentes coordonnées cartésiennes du fluide. Il est bien observé dans cette figure que l'évolution de la température est notablement relative à la position du fluide dans la canalisation. C'est-à-dire, pour une position dans le canal loin de l'entrée du canal comme Tf (90, Y), la température du fluide augmente d'une manière significative. Par contre, pour une position plus proche à l'entrée du canal comme Tf (20, y), la température du fluide caloporteur est aux alentours de la température initiale (condition d'entre du fluide) et au même temps plus petite par rapport à celle de la position Tf (90, Y) dans la sortie du canal et vice-versa.

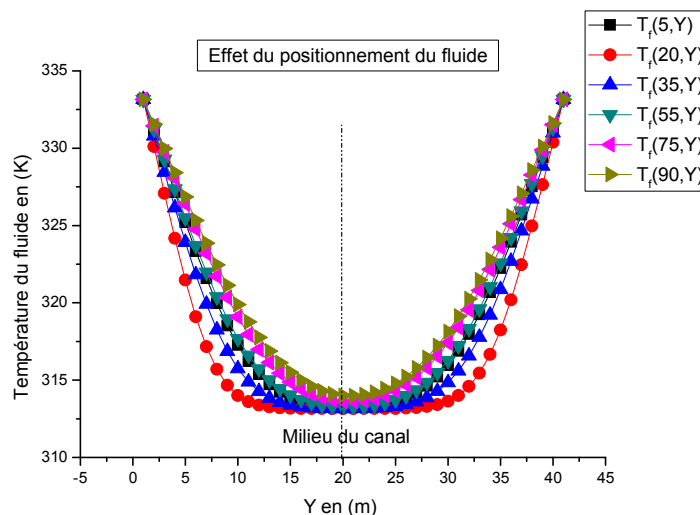
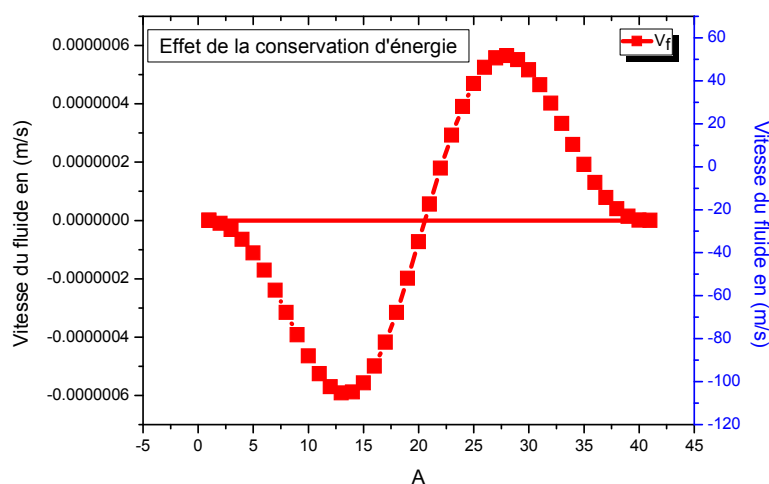


Fig.6. Evolution de la température du fluide dans la canalisation pour différentes positions en fonction du pas d'espace.

#### 6.5. Effet du positionnement du fluide sur la température du fluide caloporteur

La figure 7 présente l'évolution du profil de la vitesse ( $v$ ) du fluide dans la chaîne tubulaire de la dalle du plancher chauffant en fonction du pas d'espace. On peut constater que cette représentation montre clairement la conservation d'énergie dans la canalisation qui est bien vérifiée au cours de l'écoulement interne. Cette conservation d'énergie est expliquée par la symétrie du profil par rapport au milieu de la canalisation rectangulaire, exactement dans le point (20, Y), ce qui est bien illustré dans cette figure.



**Fig.7.** Evolution du profil de la vitesse adimensionnelle ( $v_f$ ) du fluide dans la canalisation en fonction du pas d'espace.

## 7. Conclusion

Après avoir passé en revue les principaux travaux relatifs au phénomène des transferts thermiques durant l'écoulement dans la canalisation de la dalle chauffante qui a été assimilée à une canalisation de section rectangulaire, nous avons abordé la modélisation numérique du système étudié. En effet, nous avons décomposé le domaine physique en deux sous domaines. Un canal horizontal de forme rectangulaire qui représente la chaîne tubulaire du plancher chauffant où les équations régissant l'écoulement et le transfert thermique sont les équations ordinaires de Navier-Stokes et l'équation de conservation d'énergie. Par la suite, nous avons étudié l'effet de la variation du nombre de Reynolds et la position du fluide dans la canalisation sur l'évolution de la vitesse et la température du fluide caloporteur. Concernant la sensibilité au nombre de Reynolds, les résultats ont montré que cette variation a une influence remarquable sur l'évolution de la vitesse le long de la canalisation. De plus, les résultats de l'influence de la variation du positionnement du fluide au sein de la canalisation sur l'évolution de la température du fluide ont montré que cette variation a une influence sur la température et compris la vitesse.

Finalement, on conclut que l'utilisation de la méthode de différences finies pour la modélisation d'écoulement du fluide caloporteur dans une dalle chauffante destinée au chauffage par le sol est très efficace pour l'analyse des besoins énergétiques en chauffage et rafraîchissement des bâtiments. Cette méthode permet le dimensionnement des installations de chauffage.

## 8. Nomenclatures

$\alpha$	Diffusivité thermique	$m^2.s$	$P_0$	Pression initiale	Pas
$\rho$	Masse volumique	$kg/m^3$	$T_0$	Température initiale	°C
$\lambda$	Conductivité thermique	$W/m.K$	$x$	Variable dimensionnel de l'axe (Ox)	-
$b$	Hauteur du canal	m	$y$	Variable dimensionnel de l'axe (Oy)	-
$C_p$	Chaleur spécifique	$J/kg.K$	$z$	Variable dimensionnel de l'axe (Oz)	-
$D_h$	Diamètre hydraulique du canal	$m^2$	$t$	Temps dimensionnel	s

$L$	Longueur du canal	m	$w$	Variable dimensionnel sur l'axe (Oz)	-
$P$	Pression dimensionnel du fluide	Pas	$U$	Vitesse dimensionnelle sur l'axe (Ox)	$m/s$
$Temps$	Temps du calcul	s	$v$	Vitesse dimensionnelle sur l'axe (Oy)	$m/s$
$U_0$	Vitesse adimensionnelle du fluide	$m/s$	$T$	Température dimensionnelle	°C
$\Delta y$	Pas d'espace sur le l'axe (Oy)	m	$NI$	Nombre totale des nœuds sur le l'axe (Oy)	-
$NJ$	Nombre totale des nœuds sur le l'axe (Ox)	-	$U_f$	Vitesse dimensionnelle du fluide de l'axe	$m/s$
$T_f$	Température dimensionnelle du fluide	°C	$\mu$	Viscosité dynamique du fluide	$Kg/m.s$
$Pr$	Nombre adimensionnel de Prandtl	-	$Re$	Nombre adimensionnel de Reynolds	-
$i$	Indice des nœuds sur le l'axe (Ox)	-	$j$	Indice des nœuds sur le l'axe (Oy)	-
$TempsG$	Temps global du calcul	s	$t^*$	Temps adimensionnel	-
$x^*$	Variable adimensionnel de l'axe (Ox)	-	$y^*$	Variable adimensionnel de l'axe (Oy)	-
$P^*$	Pression adimensionnel du fluide	-	$T^*$	Température adimensionnelle du fluide	-
$U^*$	Vitesse adimensionnelle sur l'axe (Ox)	-	$v^*$	Vitesse adimensionnelle sur l'axe (Ox)	-
$\Delta t$	Pas du temps	s	$\Delta x$	Pas d'espace sur le l'axe (Ox)	m

## Références bibliographies

- [1] R. Kharchi, Étude énergétique de chauffage, rafraichissement et eau chaude sanitaire d'une maison type en Algérie, Thèse de doctorat, Université Abou-BekrBelkaïd – Tlemcen, Algérie, 2013.
- [2] Le plancher chauffant rafraichissant. Guide [www.desenfans.com/media/.../pdfs/Guide\\_du\\_plancher\\_chauffant\\_raffraichissant.pdf](http://www.desenfans.com/media/.../pdfs/Guide_du_plancher_chauffant_raffraichissant.pdf). Date de la dernière consultation : 09-02-2018.
- [3] D.A. Nield, A. Bejan, Convection in porous media, 2nd Edition. Springer-Verlag, New York, 1999.
- [4] H. Omar, Etude de l'écoulement instationnaire d'un fluide Newtonien dans un domaine cartésien en présence d'un gradient de pression, thèse de magister de Université Mohamed Khider – Biskran, Algérie, 2012.
- [5] P. Marty, Transferts thermiques convectifs, Génie des Procédés Master 2, Université Joseph Fourier, Grenoble, version modifiée, France, 2012.
- [6] S. perron, Résolution numérique d'écoulements 3 dimensions avec une nouvelle méthode de volumes finis pour maillages non structurés, thèse de doctorat de l'université de Québec, 2001.
- [7] L. Chahwane, Valorisation de l'inertie thermique pour la performance énergétique des bâtiments, thèse de doctorat de l'université de Grenoble, France, 2006.
- [8] A. Azzi, Méthodes numériques appliquées aux calculs des écoulements et du transfert de chaleur, Faculté de Génie-Mécanique USTO-MB, Version 1, Algérie, 2011.
- [9] H. Ali Rabah, Contribution à l'étude dynamique et thermique d'un écoulement pulsé dans une conduite horizontale en présence d'un obstacle cylindrique chauffé, thèse de magister de l'université de des sciences et de la technologie Houari Boumediene, Algérie, 2006.
- [10] E. Goncalvès da silva, Méthodes, analyse et calculs numériques, institut polytechnique de Grenoble, France, 2005.