

# MODELISATION DU POUVOIR AUTO -EPURATEUR DE L'OUED SEBAOU

H.Yahi, M.S. Métahri

Laboratoire de Recherche sur l'Eau. Université Mouloud Mammeri. Tizi ousou.  
Algérie.

## RESUME

Le modèle de Streeter et Phelps [1], basé sur la concentration d'oxygène comme indicateur de la qualité des eaux, est utilisé pour déterminer la charge de pollution organique critique, à ne pas dépasser au risque de compromettre la capacité d'épuration naturelle qui se traduit par un déficit d'oxygène dans les cours d'eau.

En période de hautes eaux, les cinétiques d'oxydation des matières organiques sont élevées

( $0,26 < K_1 < 0,64 \text{ j}^{-1}$ ) ; le temps de séjour de l'eau estimé à 1,33 j, apparaît comme le principal facteur limitant la biodégradation.

L'ajustement du modèle de Streeter et Phelps [1], en période de hautes eaux, aux données analytiques chimiques (concentration d'oxygène, DBO5), physiques (température, transfert d'oxygène) et hydrauliques (vitesse, débit) est satisfaisant puisqu'il confirme la zone de déficit maximum définie comme telle par les mesures expérimentales.

Le profil d'oxygène théorique, obtenu par l'application du modèle, s'ajuste de manière satisfaisante aux valeurs expérimentales de concentration en oxygène le long du cours d'eau. Par conséquent le modèle étudié peut servir d'outil de gestion de la qualité des eaux du sébaou en période de hautes eaux.

## INTRODUCTION

L'introduction de matières organiques biologiquement dégradables dans une eau naturelle déclenche dans cette eau une série de processus complexes de nature physique, chimique et biologique qui conduisent finalement à la disparition ou à la transformation autant que possible de l'état de pollution ; l'ensemble de ces processus est connu sous le nom d'auto épuration naturelle. Cette capacité d'assimilation de la pollution est subordonnée à la présence dans l'eau d'une biomasse épuratrice dont la performance dépend des conditions physico-chimiques (volume et nature de la pollution, teneur en oxygène dissous, température, pH....) et hydrauliques (vitesse d'écoulement) du milieu. De nombreux chercheurs s'intéressent à évaluer la capacité d'assimilation des charges organiques dans les cours d'eau en fonction de l'oxygène dissous. En d'autres termes, ils cherchent à savoir combien de charges organiques

peuvent être traitées par un cours d'eau en se servant des processus naturels d'oxydation biologique et de ré aération sans pour cela donner lieu à des conditions préjudiciables. En conséquence, l'oxygène dissous est devenu l'indicateur le plus utilisé de la qualité des cours d'eau et les modèles d'oxygène ont servi comme base de gestion de nombreux cours d'eau.

Plusieurs modèles d'oxygène dissous ont été proposés [1], [2], [3], [4]), [5] et [6].

## I. ECHANTILLONNAGE

Les campagnes de mesure sont réalisées lorsque l'oxygène dissous est présent en tout point du cours d'eau. Sept points de prélèvement ont été choisis le long du cours d'eau.

*Données physiques recueillies :* (profondeur, débit, vitesse d'écoulement),

*Données d'échantillonnage recueillies :* (température, oxygène dissous, DBO<sub>5</sub>, DCO).

Ces paramètres ont servi à étudier la dépendance de deux coefficients caractéristiques : le taux de consommation d'oxygène ( $K_1$ ) et le taux de ré aération ( $K_2$ ) en évidence dans le modèle utilisé.

## II. MODELISATION

Le modèle de Streeter et Phelps [1] est très utilisé dans les pays où les matières oxydables (DBO et DCO) sont utilisées comme indicateurs réglementaires dans l'établissement de la redevance de pollution. Il a l'avantage d'être simple puisque lorsque la température ne varie pas tout le long du cours d'eau, son application ne nécessite que la connaissance de deux coefficient  $K_1$  et  $K_2$  caractérisant respectivement l'élimination de la DBO<sub>5</sub> donc la consommation d'oxygène, et la ré aération.

### 2.1. Equation du modèle

Le gradient de variation de la concentration d'oxygène s'écrit :

$$\frac{dc}{dl} = K_2(C_s - C_m) - K_{lc}L_c = K_2D - K_1Lt \quad (1)$$

$K_2(C_s - C_m)$  : cinétique de transfert d'oxygène (ré- aération),

$(K_{lc} \cdot L_c)$  : cinétique de consommation d'O<sub>2</sub> biodégradation de la pollution hydrocarbonée.

$C_s$  = concentration d'oxygène à saturation en (mg/l)

$C_m$  = concentration d'oxygène mesurée en (mg/l)

$D = C_s - C_m$  = déficit d'oxygène en (mg/l) (2)

$K_{lc}L_c = K_1L_t$

Si  $\frac{dD}{dt} = -\frac{dC}{dt}$  est le gradient de variation du déficit

$$\text{Alors} \quad \frac{dD}{dt} = K_1 L t - K_2 D \quad (3)$$

C'est l'équation du bilan d'oxygène de Streeter et Phelps [1], qui exprime la variation du déficit en oxygène dans un cours d'eau, que nous allons développer plus loin.

### 2.1.1. La ré aération : $K_2$ ( $C_s - C_m$ ) :

La présence d'oxygène dans l'eau d'amont ou dans les affluents est considérée comme la condition initiale de l'équation (1). Le processus de ré aération naturelle ajoute de l'oxygène à l'eau. La ré aération est liée au degré de turbulence et de mélange naturel dans l'eau.

Selon [5], Le coefficient de ré aération ( $K_2$ ) est généralement défini par une relation du type :

$$K_2 = \frac{CV^n}{H^m} \quad (4a)$$

V = vitesse moyenne du cours d'eau en (Km /j)

H = profondeur moyenne du cours d'eau en (mètre).

Le coefficient  $K_2$  est une fonction des caractéristiques du cours d'eau. Les matières organiques et les agents tensioactifs présents dans l'eau, affectent  $K_2$  et cet effet se marquera sur la constante C.

Les exposants (m) et (n) sont également liés aux conditions du cours d'eau.

Des valeurs publiées pour ces coefficients sont donnés par [5].

Si l'on admet les valeurs données par [6]:  $C = 0,066$  ;  $m = 1,67$  ;  $n = 1$

$$K_2 = \frac{0,066V^1}{H^{1,67}} \quad (4b)$$

Dans tous les cas,  $K_2$  est une fonction de la température et peut être corrigé par l'équation donnée par [5]:

$$K_{2(T)} = K_{2(20^\circ)} \cdot 1,028^{(T-20)} \quad (5)$$

Pour ce qui est de la concentration de saturation en oxygène de l'eau, on la retrouve dans des tables ou on la calcule selon la formule suivante :

$$C_s = 475 / (33,5 + T) \quad (6)$$

Cs en (mg/l) et T, en ( $^\circ\text{C}$ )

### 2.1.2. La DBO carbonée : ( $K_{1c}$ , $L_c$ )

Le processus global de consommation d'oxygène (pour l'oxydation biologique des matières organiques) dans l'eau de surface peut être décrit comme une réaction du premier ordre :

$$-\frac{dl}{dt} = K_1 L \quad (7)$$

$\frac{dL}{dt}$  = vitesse de dégradation des matières organiques en (mg/l.jour)

L = concentration en matières organiques en (mg/l),

$K_1$  = coefficient de vitesse de consommation d'oxygène (en jour<sup>-1</sup>)

L'intégration de l'équation (7) donne ( pour  $t_0 = 0$  ) :

$$Lt = L_0 e^{-K_1 t} \quad (8)$$

Lt : concentration en matières organiques restant après un temps de réaction t, ou DBO au temps t, en (mg/l);

$L_0$  : concentration totale initiale en matières organiques dans le milieu réactionnel, ou DBO ultime, en (mg/l);

t : temps de réaction en (jour)

$$\text{En définissant: } y = L_0 - Lt \quad (9)$$

y est la quantité de matières organiques oxydée après un temps t.

y représente également la consommation d'oxygène par litre après un temps t.

Après cinq jour d'oxydation, y correspond à la  $DBO_5$

En substituant l'équation (8) dans (9) on obtient :

$$y = L_0 (1 - e^{-K_1 t}) \quad (10)$$

C'est le modèle de la DBO

Pour t = 5 jours ( $y = DBO_5$ ) l'équation (10) peut s'écrire

$$DBO_5 = DBO \text{ ultime } (1 - e^{-5 K_1})$$
$$\text{ou } DBO \text{ ultime} / DBO_5 = 1 / (1 - e^{-5 K_1}) \quad (11)$$

La connaissance du coefficient  $K_1$  (système népérien) permet de déterminer l'aptitude à la biodégradabilité d'une eau polluée. Le coefficient  $K_1$  varie entre 0,04 et 0,8 j<sup>-1</sup> selon la nature de l'eau polluée [5].

### 2.1.3 Développement du modèle

Soit l'équation de variation du déficit en oxygène de Streeter et Phelps :

$$\frac{dD}{dt} = K_1 L_t - K_2 D \quad (3)$$

On remplaçant  $L_t$  par l'équation correspondante dans (3)

$$L_t = L_O e^{-K_1 t} \quad (8)$$

on obtient :

$$\frac{dD}{dt} = K_1 L_O e^{-K_1 t} - K_2 D$$

où :

$$\frac{dD}{dt} + K_2 D = K_1 L_O e^{-K_1 t} \quad (12)$$

On peut résoudre cette équation comme une équation mathématique de la forme :

$$\frac{dy}{dx} + py = Q(x) \quad (13)$$

La solution générale de l'équation

$$\frac{dD}{dt} + K_2 D = 0 \quad \text{est :} \\ D = C e^{-K_2 t} \quad (14)$$

Pour résoudre l'équation spécifique on peut chercher une solution de C de la forme :

$$C = a e^{bt} + c \quad (15)$$

Dont le développement aboutit à l'équation du déficit global en oxygène suivante:

$$D = \frac{K_1 L_O}{K_2 - K_1} \left[ e^{-K_1 t} - e^{-K_2 t} \right] + D_O e^{-K_2 t} \quad (16)$$

Le déficit en oxygène (D) d'un cours d'eau est fonction de la DBO ultime ( $L_0$ ), du déficit initial au point de départ ( $D_0$ ), des coefficients de consommation  $K_1$ , de ré-aération  $K_2$  et du temps de séjour de l'eau (t).

Soit  $f$  = coefficient d'auto-épuration tel que :  $f = \frac{K_2}{K_1}$

Par changement de variable, on peut exprimer l'équation (16) fonction du temps en

une nouvelle équation fonction de la distance, en posant :

$$t = X/V \text{ et } \partial_1 = K_1/V \text{ et } \partial_2 = K_2/V$$

Où : X : distance séparant un point du cours d'eau à un autre en (mètre)  
V : vitesse moyenne d'écoulement en (km/j)  
K : K<sub>1</sub> ou K<sub>2</sub> coefficient de consommation ou de ré aération (j-1)  
 $\partial$  : coefficient de diffusion (km<sup>-1</sup>).

L'équation (16) devient :

$$D = \frac{L_0}{f-1} \left[ \ell^{-\partial_1 x} - \ell^{-\partial_2 x} \right] + D_0 \ell^{-\partial_2 x} \quad (17)$$

L'équation du bilan d'oxygène (17), s'appelle l'équation de la courbe en sac.

## 2.2 Détermination des paramètres du modèle (K<sub>2</sub>, K<sub>1</sub> et L<sub>0</sub>)

Il s'agit là, de la principale difficulté à surmonter pour permettre le «Calage» du modèle.

Une des façons simples de procéder est d'effectuer un ou plusieurs profils en long dans un tronçon du cour d'eau, en s'assurant que le régime permanent est établi.

Un tronçon bien choisi, doit être un segment du cour d'eau dans lequel ne se produisent pas de rejets polluants et doit être suffisamment long pour que le temps de séjour d'une masse d'eau y soit assez important et que le niveau de pollution y soit assez élevé pour que les erreurs de mesures ne deviennent pas comparables aux variations à mesurer, Martin [7].

Le coefficient cinétique de ré - aération (K<sub>2</sub>) est estimé à partir de l'équation (4b).

Le coefficient cinétique de consommation d'oxygène par la matière organique (K<sub>1</sub>) sera déterminé par la mesure de la DBO au laboratoire et confronté au coefficient cinétique déterminé en portant le logarithme des valeurs de DBO<sub>5</sub> mesurées aux différentes stations en fonction du temps de séjour entre l'origine et les stations. Alors que la DBO ultime L<sub>0</sub> est estimée par les tests d'incubation des échantillons au laboratoire.

### 2.2.1 Détermination de K<sub>2</sub>

Si l'on prend les valeurs moyenne du mois de janvier 2001 correspondant à la période de hautes eaux [8], avec une vitesse V = 0,74 m/s (64 km/j) et une profondeur H = 1 m la détermination de K<sub>2</sub> par l'équation (4b) donne les résultats du tableau (1).

### 2.2.2 Détermination de K<sub>1</sub> et L<sub>0</sub> selon la méthode de Thomas [5]

L'incubation au laboratoire à 20°C pendant une séquence de sept jours, des échantillons d'eau prélevés au niveau des stations de références, a permis de

déterminer, selon la méthode de Thomas, les valeurs du coefficient cinétique et la DBO ultime ( $L_0$ ), tableau (2).

Du tableau (2) on déduit le rapport moyen DBO ultime/ $DBO_5$  donné par l'équation (11), soit:

$$DBO \text{ ultime}/DBO_5 = 1 / (1 - e^{-5 \times 0,265}) = 1,36.$$

Si l'on compare cette valeur théorique (1,36) avec la valeur expérimentale (1,41) obtenue au tableau (2), on s'aperçoit qu'elles sont sensiblement identiques avec un écart de 3,5%.

**Tableau 1. : Récapitulatif des valeurs  $K_2$**

Stations	$K_2$ (j-1) <sup>o</sup>
Boubhir	8,2
Freha	4,9
Pont de Bougie	1,58
Baghlia	0,85
Takdempt	1,17
Moyenne	3,34

**Tableau 2 : Valeurs expérimentales de  $K_1$  et  $L_0$  obtenues selon la méthode de Thomas[5]**

Stations	$DBO_5$ (mg/l)	$K_1$ (j-1)	$L_0$ (mg/l)	$L_0/DBO_5$
Boubhir	23,0	0,239	33,0	1,43
Fréha	26,0	0,248	36,0	1,38
Pont de Bougie	28,0	0,259	42,0	1,50
Baghlia	36,0	0,285	50,0	1,38
Takdempt	39,0	0,290	53,0	1,36
Moyenne	30,4	<b>0,265</b>	42,8	<b>1,41</b>

### 2.2.3 Correction de $K_1$ et $K_2$ en fonction de la température

L'ensemble des valeurs des coefficients  $K_1$  et  $K_2$  est ajusté en fonction de la température réelle de l'eau au niveau de la station de prélèvement selon l'équation (5):

$$K_{(T)} = K_{(20^\circ)} \cdot 1,028^{(T-20)} \quad (18)$$

Toutes les valeurs corrigées des coefficients  $K_1$  et  $K_2$  sont données au tableau (3).

**Tableau 3** Récapitulatif des valeurs corrigées des coefficients  $K_1$  et  $K_2$ 

Stations	T (°C)	$K_1$ (j-1)	$K_1$ corrigé (j-1)	$K_2$ (j-1)	$K_2$ corrigé (j-1)	$f_c = \frac{K_2}{K_1}$
Boubhir	8,6	0,239	0,17	8,2	6,00	35
Fréha	9,1	0,248	0,18	4,90	3,60	20
Pont de Bougie	9,3	0,259	0,19	1,58	1,18	6,2
Baghlia	13,4	0,285	0,23	0,85	0,71	3,1
Takdempt	14,2	0,290	0,24	1,17	1,0	4,26
Moyenne		0,265	0,20	3,34	2,5	12,5

La valeur moyenne de  $K_1$  est conforme à celles des eaux superficielles donnée par [5].

Après avoir corrigé  $K_1$  en tenant compte de la température, on calcule le rapport:

$$\text{DBO ultime} / \text{DBO}_5 = 1 / (1 - e^{-5K_c})$$

$$\text{Soit } \text{DBO ultime} / \text{DBO}_5 = 1 / (1 - e^{-5 \times 0,2}) = 1,58$$

Les résultats obtenus au tableau (3), montrent clairement que l'activité épuratrice évaluée par le coefficient (f) décroît d'amont en aval se traduisant par un coefficient de consommation d'oxygène croissant et un coefficient de ré - aération décroissant, (figure 1).

#### 2.2.4 Détermination du coefficient cinétique réelle $K_1$

Selon [5],  $K_1$  réel peut être calculé à partir des flux de pollution dans le cours d'eau selon l'équation (8) :  $L_t = L_o e^{-Kt}$

$$\text{Log } (L_o - L_t) = Kt$$

Pour  $t=5$  jours :

$$L_o - L_t = \text{DBO}_5$$

$$\text{Log } \text{DBO}_5 = Kt = K X/V$$

où:  $V$  est la vitesse moyenne du cours d'eau en (km/j)

$X$  est la distance en (km)

A partir des valeurs de débits, de vitesses et de  $\text{DBO}_5$  mesurées le long du cours d'eau par [8], on calcule les flux de  $\text{DBO}_5$  (flux = débit x  $\text{DBO}_5$ ) ; on trace la droite Log flux =  $f(x)$ , dont la pente est  $K/V$ , de laquelle on déduit la valeur du coefficient cinétique réel de consommation d'oxygène ( $K_1 = 0,64 \text{ j}^{-1}$ ), figure (3).

La valeur moyenne de  $K_1$  déterminée au laboratoire est égale à  $0,265 \text{ j}^{-1}$ ; cette différence s'explique par les conditions opératoires standard d'incubation au laboratoire (température constante égale à 20°C, absence d'agitation, etc...).



Ce résultat logique signifie que la vitesse de dégradation de la matière organique dans le cours d'eau est plus élevée en raison de la ré aération continue engendrée par la turbulence de l'eau et par la photosynthèse ; ce qui n'est pas le cas dans les conditions standards de détermination de la  $DBO_5$  au laboratoire.

C'est donc cette valeur réelle de  $K_1 = 0,64 \text{ j}^{-1}$  qui sera retenue pour l'ajustement du modèle de Streeter et Phelps [1]. En réalité, en période de haute eaux donc de débit élevé, le temps de séjour global de l'eau (de Boubhir à Takdempt) qui correspond à 1,33 jours pour ( $X=85,5 \text{ km}$  et  $V$  moyenne =  $0,74 \text{ m/s}$ ) ne pourrait pas assurer une dégradation importante des matières organiques d'où la faible variation de la  $DBO_5$  observée tout le long du cours d'eau.

### 2.2.5 Calcul du coefficient d'auto épuration

Le coefficient d'auto épuration réel ( $f$ ) peut être estimé en fonction de la valeur réelle de  $K_1$  et de la valeur moyenne du coefficient de ré aération obtenu au tableau (3)

$f = K_2/K_1 = 2,5/0,64 = 3,9$ . Cette valeur correspond à un bon niveau d'auto épuration, [5].

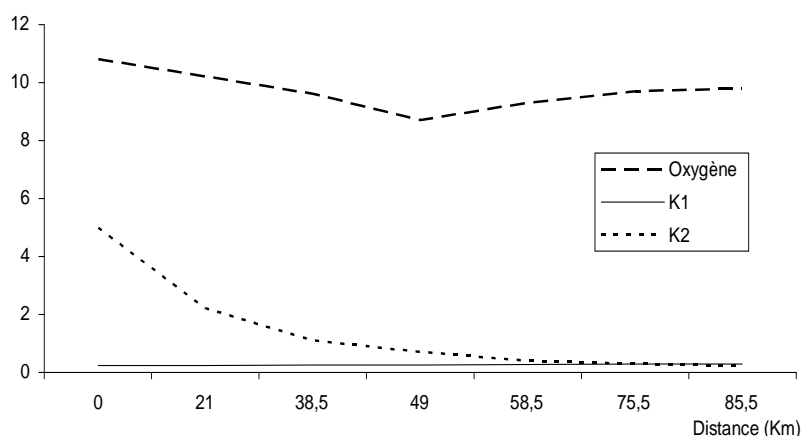


Figure (1) : Profil d'oxygène et des coefficients cinétiques de réaération et de consommation le long de l'oued Sebaou

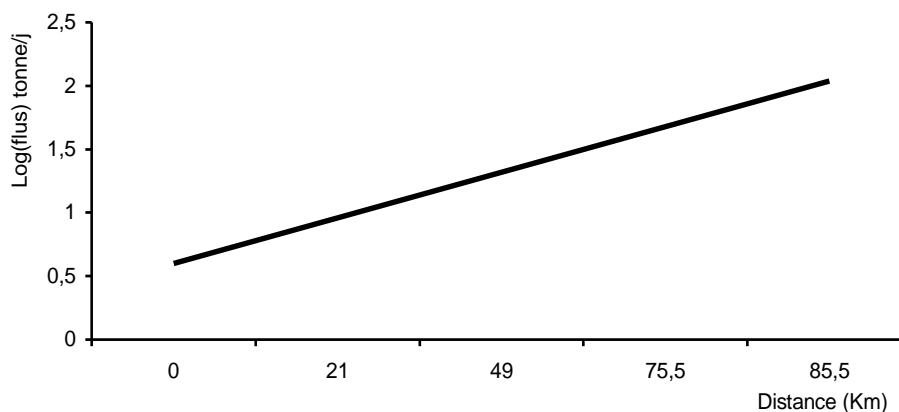


Figure (2) :  $\text{Log}(\text{flus}) = f(x)$

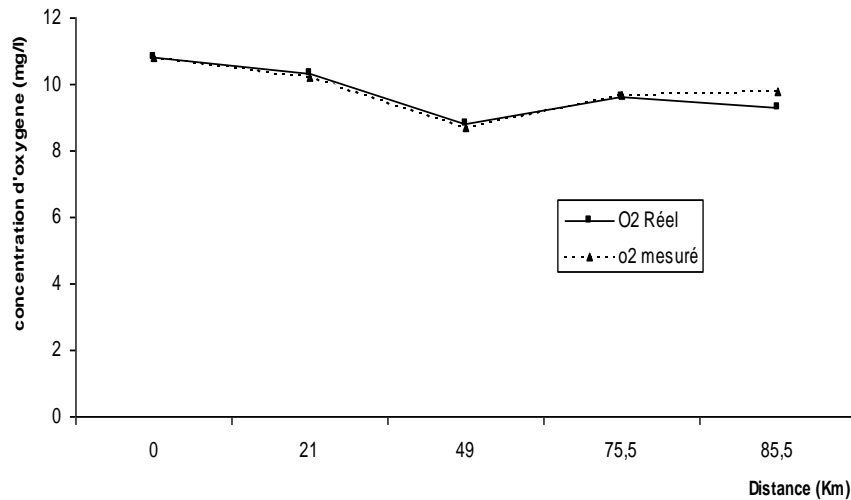


Figure (3) : calage du modèle de Streeter et Phelps sur les données expérimentales du bilan d'oxygène

## 2.2.6. Application du modèle de Streeter et Phelps sur le long du cours d'eau

Soit l'équation (17) : 
$$D = \frac{L_0}{f-1} [\ell^{-\partial_1 x} - \ell^{-\partial_2 x}] + D_0 \ell^{-\partial_2 x}$$

Données de base:

DBO ultime/DBO5 = 1,58

$L_0 = \text{DBO ultime} = 1,58 \text{ DBO}_5$

$K_1 = 0,64 \text{ j}^{-1}$  ;  $K_2 = 2,5 \text{ j}^{-1}$

$f = K_2 / K_1 = 3,9$

$V = 0,74 \text{ m/s} = 64 \text{ km/j}$

$\partial_1 = 0,01 \text{ km}^{-1}$  ;  $\partial_2 = 0,04 \text{ km}^{-1}$

$$D = 0,345 L_0 (e^{-0,01x} - e^{-0,04x}) + D_0 (e^{-0,04x}) \quad (19)$$

C'est l'équation du bilan d'oxygène pour n'importe quel point de l'oued Sébaou. Pour l'ensemble du cours d'eau,  $x = 85,5 \text{ km}$ , l'équation (19) devient:

$$D = 0,135 L_0 + 0,033 D_0 \quad (20)$$

C'est l'équation du bilan d'oxygène global d'amont en aval de l'oued Sebaou. La valeur calculée de la concentration d'oxygène, en n'importe quel point (x) du cours d'eau, est égale à la concentration de saturation au point initiale (x = 0) moins le déficit calculé au point (x).

$$\text{Soit, } C_{cx} = C_{so} - D_x. \quad (21)$$

Le déficit d'oxygène et la concentration à chaque station calculé avec l'équation (19) sont donnés au tableau (4). Les profils de concentration en oxygène calculée avec le modèle et celui de la concentration en oxygène mesurée sont représentés sur la figure (3).

Il apparaît clairement que le modèle s'ajuste convenablement aux résultats des mesures expérimentales.

**Tableau 4.** Comparaison des valeurs calculées et expérimentales de la concentration d'oxygène le long du cours d'eau

Paramètre stations	X km	$\frac{K_1}{V} = \frac{K_2}{V} =$	$\frac{1}{f-1}$	$L_0 \cdot \frac{1}{f-1} \cdot D$ (D <sub>1</sub> )	$D_0 = C_s - C_0$ (D <sub>2</sub> )	$D_0 \cdot e^{-\delta_2 x}$ D <sub>1</sub> + D <sub>2</sub>	$O_{2calculé} = C_s - \sum D$	$O_{2mesuré}$	% d'erreur				
Boubhir	0	0.01	0.05	0	0.12	4.74	0	0.48	0.48	0.48	10.8	10.8	0
Freha	21	0.01	0.03	0.28	0.22	4.74	0.29	0.95	0.50	0.79	10.3	10.2	0.9
Pont de Bougie	49	0.01	0.02	0.23	1.19	4.74	1.30	2.4	0.91	2.21	8.8	8.7	0.1
Baghlia	75.5	0.018	0.02	0.01	9.14	4.74	0.42	0.42	0.09	0.51	9.6	9.7	0.1
Fakdempt	85.5	0.02	0.03	0.1	1.39	4.74	0.65	0.15	0.01	0.66	9.3	9.8	5.1

## CONCLUSION

L'ajustement satisfaisant du modèle de Streeter et Phelps [1] aux données analytiques expérimentales de l'oued Sébaou montre que l'hypothèse qui consiste à réduire les termes du bilan d'oxygène essentiellement à sa consommation par les micro-organismes pour l'oxydation de la matière organique, et à la ré-aération physique naturelle, correspond à la réalité de l'oued Sébaou. La faible valeur du temps de passage de l'eau (t = 1,33 j) entre l'amont et l'aval de l'oued, représente un facteur limitant important du pouvoir auto épurateur. L'étude de la réponse du cours d'eau à

des décharges de pollution doit porter sur une plus longue période pour traduire les corrélations entre les débit du cour d'eau et sa capacité d'assimilation de la pollution.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] M. STREETER et PHELPS (1958), Public Health bulletin n° 146, Department of U.S. Public Health.
- [2] D. J. O'CONNORS & W.E. DOBBINS (1968) Mechanisms of Re aeration in Natural Streams; Trans. ASCE, 123 – 641.
- [3] W.E. DOBBINS (1984) BOD and Oxygen Relation Ships in Streams. Journ Sanit Eng Div 90, ASCE, 53 -78, SA3.
- [4] D. LEFORT (1972) Modèles mathématiques de pollution des rivières. La Houille Blanche, N°8 ,6989-704.
- [5] W.W .ECKENFELDER (1981), Gestion des Eaux Usées Urbaines et Industrielles; Lavoisier. Techniques et Documentation, Paris.
- [6] M.A. CHURCHILL (1982) The prediction of Streams Re aeration Rate, Journ Sanit Eng Div, ASCE, SA4, 1.
- [7] G. MARTIN (1982), Le problème de l'azote dans l'eau, document interne, Université de Rennes.
- [8] M.S . METAHRI (2002), Caractérisation de l'état de pollution et modélisation du pouvoir auto épurateur du Sébaou par la méthode du bilan d'oxygène, Mémoire de Magister, Université Mouloud MAMMERI, Tizi ousou.