



Stabilité Magnétique de la Convection de Marangoni lors de la Croissance Cristalline par la Technique de Czochralski

A. ATIA, S. BOUABDALLAH, B. GHERNAOUT ET A. BENCHATTI

LME, Laboratoire de Mécanique, Département de Mécanique, Université de Laghouat, BP.37G, Route de Ghardaïa, Laghouat 03000. Algérie.

Corresponding author: atia.aissa@gmail.com

Résumé - Le présent travail, concerne la stabilité magnétique de la convection de Marangoni qui se développe lors du processus de croissance cristalline par la technique de Czochralski. Une cavité cylindrique similaire à celle de Czochralski de rapport de forme $Ar = H/R_c = 2$, remplie du Silicium liquide a été considérée. La cavité est chauffée latéralement à T_c , et un tiers du couvercle de rayon r_s (cristal solidifie) est refroidi à la température T_f . Par ailleurs le reste du couvercle est considéré comme une surface libre. Le système physique considéré est exposé à un champ magnétique externe uniforme appliqué suivant la direction axiale du cylindre. La méthode des volumes finis a été utilisée, pour la résolution numérique des équations gouvernantes. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux des travaux expérimentaux disponibles dans la littérature. L'effet du nombre de Marangoni sur la structure de l'écoulement et le champ thermique a été présenté et discuté, pour $Ma = 0, 200, 400, 600, 800$ et 1000 . L'effet de champ magnétique axial sur la stabilité de l'écoulement est pris en compte pour $Ha = 0, 25, 50, 75$ et 100 . Les résultats obtenus montrent que le champ magnétique appliqué selon la direction axiale entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Il engendre une diminution dans le taux de transfert thermique et un amortissement considérable dans le champ de vitesses, et par conséquent il stabilise la convection de Marangoni.

Mots clés : Convection de Marangoni, Champ magnétique, Czochralski, Croissance Cristalline.

Abstract - The present work deals to the magnetic stability of the Marangoni convection which develops during crystal growth by the Czochralski method. A similar cavity to that of Czochralski of aspect ratio $Ar = H/R_c = 2$, filled with liquid silicon has been considered. The cavity is laterally heated at T_h , and a third of the cover of radius r_s (crystal solidifies) is cooled to the temperature T_c . In addition the remainder of the lid is considered as a free surface. The physical system in question is exposed to a uniform external magnetic field applied in the axial direction of the cylinder. The finite volume method was used for the numerical solution of the governing equations. The results obtained are compared with those of the experimental work available in the literature. The effect of Marangoni number on the structure of the flow and the thermal field has been presented and discussed, for $Ma = 0, 200, 400, 600, 800$ and 1000 . The axial magnetic field effect on the stability of the flow is taken into account for $Ha = 0, 25, 50, 75$ and 100 . The obtained results show that the magnetic field applied in the axial direction provides significant changes in the structure of the flow and heat transfer. It causes a reduction in the heat transfer rate and a considerable damping in the velocity field, and therefore stabilizes the Marangoni convection.

Keywords: Marangoni convection, Magnetic field, Czochralski, Finite volume method.

I. Introduction

La technique de Czochralski est largement utilisée dans le monde pour produire des barres monocristallines avec une grande taille qui sont préférés pour la fabrication de dispositifs électroniques et optiques [1]. La croissance cristalline d'un métal liquide par la technique de Czochralski est sujette à des mouvements de convection qui la plupart du temps altèrent la qualité des cristaux où elles engendrent une répartition non uniforme des impuretés dans la phase liquide, ce qui conduit à l'apparition des striations dans le cristal [2]. Ces mouvements sont généralement générés soit par des forces de volume induites par le gradient de température dans le fluide (convection naturelle), soit par des forces de surface causées par la variation de la tension superficielle qui résulte du gradient thermique à la surface libre. Dans un bain fondu à surface libre avec gradient de température, les forces de tension superficielle entraînent l'écoulement des zones à faibles tensions superficielles aux régions à fortes tensions superficielles, c'est la convection de Marangoni (dite aussi thermocapillaire). L'importance du phénomène de la convection de Marangoni ainsi que ses effets sur la qualité des cristaux produits sont l'origine de plusieurs travaux [3-5].

Pour contrôler les mouvements convectifs et éliminer les instabilités, l'une des solutions envisagées est l'application d'un champ magnétique [6-8]. L'effet de la convection de Marangoni sur la croissance des cristaux de nombre de Prandtl (Pr) élevé de liquides a fait l'objet de nombreuses études [9,10]. En revanche, les effets de la convection de Marangoni sur les fluides de faible Pr en présence du champ magnétique, tels que le silicium (Si), n'ont pas été suffisamment étudiés. Pour cela, l'objectif de ce travail est d'étudier l'effet de la convection de Marangoni sur le champ de vitesses et de température d'un fluide à faible nombre de Prandtl (silicium, $Pr = 0.011$). Ensuite nous examinons l'effet de différentes intensités du champ magnétique axial sur la convection de Marangoni. La présente étude paramétrique a été faite pour différents nombres de Marangoni ($0 \leq Ma \leq 1000$), et différents intensités du champ magnétique ($0 \leq Ha \leq 100$).

II. Problème physique et mathématique

Le problème physique considéré est constitué d'une cavité cylindrique verticale (Fig. 1) de hauteur H et de rayon R_c avec un rapport de forme $Ar = H/R_c = 2$ (similaire à celle utilisé dans la

technique de croissance par la méthode de Czochralski [11]). La cavité est remplie par un métal liquide ($Pr = 0.011$). Le tiers du couvercle qui représente le cristal solidifié est maintenu à la température froide T_f , alors que le reste du couvercle est considéré comme une surface libre plate et soumise à une tension superficielle varier linéairement avec la température suivant la loi :

$$\gamma = \gamma_0(1 - \delta(T - T_f)) \quad (1)$$

Avec $\delta = -(1/\gamma_0)(\partial\gamma/\partial T)$ est le coefficient de température dû à la tension superficielle. La paroi latérale de cavité maintenue à une température chaude T_c ($T_c > T_f$), tandis que le fond de cette cavité est thermiquement isolée. Un champ magnétique uniforme est appliqué suivant la direction axiale (B_z).

Les paramètres physiques adimensionnels qui contrôlent le comportement du système sont : Le nombre Marangoni $Ma = -\delta\Delta TR_c / \mu\alpha$ et le nombre de Hartmann $Ha = BR_c\sqrt{\sigma/\rho\nu}$.

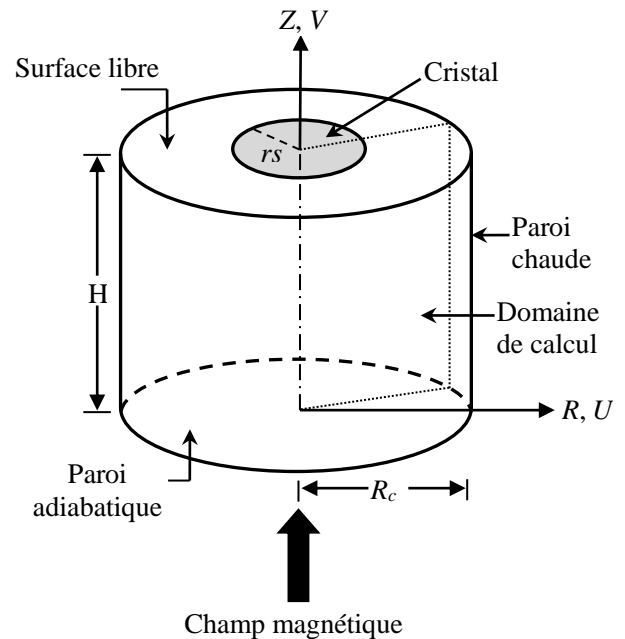


Fig. 1: Géométrie et conditions aux limites du problème.

Nous tenons en compte les hypothèses simplificatrices suivantes: l'écoulement est axisymétrique et laminaire, les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes, la dissipation visqueuse et l'effet Joule sont négligeables, la surface libre est plate, l'approximation de Boussinesq est valable, le champ magnétique induit est négligeable et les frontières sont électriquement isolantes.

Les équations régissent à l'écoulement sont :

- Equation de continuité

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RU) + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (2)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant R

$$U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} - \frac{U}{R^2} \right] + F_{EMr} \quad (3)$$

- Equation de quantité de mouvement suivant Z

$$U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] + Gr \cdot \theta \quad (4)$$

- Equation d'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial R} + V \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right] \quad (5)$$

Où $F_{EMr} = -Ha^2 \cdot U$ représente la force de Lorentz adimensionnelle suivant la direction radiale. Les paramètres adimensionnels Gr , Pr et Ha sont respectivement: nombre de Grashof $Gr = g\beta\Delta T R_c^3 / \nu^2$, nombre de Prandtl $Pr = \nu/\alpha$ et le nombre de Hartmann $Ha = BR_c \sqrt{\sigma/\rho\nu}$.

Les conditions aux limites sont données par :

- Axe de symétrie ($R = 0$ et $0 \leq Z \leq 2$) :

$$U = 0, \frac{\partial V}{\partial R} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial R} = 0 \quad (6a)$$

- Paroi latérale ($R = 1$ et $0 \leq Z \leq 2$) :

$$U = 0, V = 0, \theta = 1 \quad (6b)$$

- Cristal ($0 \leq R \leq \frac{1}{3}$ et $Z = 2$) :

$$U = 0, V = 0, \theta = 0 \quad (6c)$$

- Surface libre ($\frac{1}{3} \leq R \leq 1, Z = 2$) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0, V = 0, \frac{\partial U}{\partial Z} = -Ma \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \quad (6d)$$

- Paroi inferieur ($0 \leq R \leq 1$ et $Z = 0$) :

$$U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad (6e)$$

III. Méthode numérique de résolution

Les équations (2)-(5) et les conditions aux limites (6a-e) sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis [2,11]. Le schéma de différences centrées de second ordre a été utilisé pour exprimer les flux convectifs et diffusifs à l'interface de chaque volume de contrôle. Le couplage vitesse-pressure est résolu en utilisant l'Algorithme SIMPLER [12]. Dans le but de comprendre ce qu'il est produit aux couches de Hartmann, et en prenant en considération la loi de variation de leurs épaisseurs, on a raffiné le réseau de maillage près des parois selon une progression géométrique de raison 1.05 dans la direction R et 1.05 dans la direction Z. Ensuite, plusieurs maillages non uniformes resserrés près des parois de la cavité où des forts gradients de vitesse et de température existent ont été testés.

IV. Résultats et discussion

Dans cette partie, nous allons intéresser à la présentation des résultats de nos simulation numérique qui traduisent la solution numérique des équations aux dérivées partielles de notre modèle mathématique, associé avec les conditions aux limites.

1. Validation de code du calcul

Afin d'élaborer une comparaison des résultats obtenus par nos simulations numériques avec des études expérimentales, et pouvoir donner des interprétations aux phénomènes observés, il est utile de valider au préalable notre code de calcul.

La comparaison de notre code de calcul est faite avec les mesures expérimentales de Karcher et al. [13], concernant la convection naturelle d'un métal liquide ($Pr = 0.0203$) dans une cavité similaire de Czochralski avec un rapport de forme $Ar = 4.125$. La Figure. 2 présente la distribution de la vitesse radiale U à $R = 0.25$ où $Ha = 0$. On constate aisément que les valeurs calculées sont en excellent accord avec les mesures dans le champ d'écoulement entier à l'exception de la région $0 \leq Z \leq 0.6$ où des légères déviations peuvent être trouvées. Ceci peut être expliqué par les conditions expérimentales (non pas idéales comme les expériences numériques).

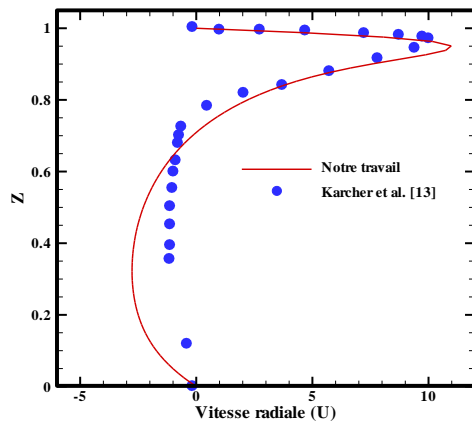


Fig.2: Comparaison avec le travail expérimental de Karcher et al. [13].

2. Effet de l'espacement du maillage

Afin de tester l'effet de l'espacement du maillage sur nos résultats numériques, nous avons examiné quatre maillages raffinés aux parois. Sur la Figure. 3, nous avons présenté la vitesse radiale et axiale maximale (U_{max} et V_{max}), pour les quatre maillages : 45×90 , 60×120 , 75×150 et 90×180 . On constate une faible différence entre les deux maillages condensés 75×150 et 90×180 , pour cela nous avons choisi le maillage 75×150 pour tous les calculs en tenant compte le temps de calcul et la précision des résultats.

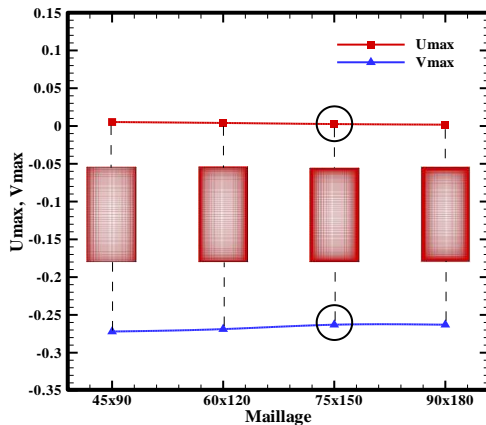


Fig.3: Profils de la vitesse maximale radiale U_{max} et axiale V_{max} à $R = 0.50$, pour différentes densités de maillage.

3. Effet du nombre de Marangoni

Pour voir l'effet du nombre de Marangoni sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique, nous avons fixé le nombre de Grashof à $Gr = 10^4$ et nous faisons varier la valeur de la tension superficielle (surface libre) de tel sorte que (Ma) prend les valeurs suivantes: $Ma = 0, 200, 400, 600, 800$ et 1000 . Sur la Figure. 4, nous avons présenté les isothermes et les lignes de courant, pour différents nombres de Marangoni.

Pour les lignes isothermes on constate qu'ils sont presque parallèles au disque supérieur (cristal). Ce qui signifie que le mode de transfert de chaleur par conduction est dominé. L'augmentation de (Ma) augmente les courbures de ces lignes à cause de l'accélération des particules fluides dans la cavité. Pour les lignes de courant, à $Ma = 0$, on remarque que l'écoulement se caractérise principalement par une grande cellule occupante totalement la cavité et qui tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ce qui signifie que l'écoulement est du type convection naturelle de faible intensité.

En augmentant la valeur du nombre de Marangoni ($Ma > 0$), le sens de l'écoulement reste le même mais avec un vortex très intense et concentré autour d'un point plus proche de la paroi inférieur. En suivant le sens de l'écoulement, on peut dire que cet écoulement est dû aux différences de température T_c et T_f (convection naturelle), mais on constate que le vortex principal prend une structure différente de celle du premier cas discuté ci-dessus. Ceci est dû à un phénomène autre que la convection naturelle. Ce phénomène influe directement sur la surface libre et provoque un gradient de vitesse normale à cette surface, c'est la convection de Marangoni ou thermocapillaire qui domine dans ce cas. Un autre vortex faible apparaît ($Ma \geq 600$) proche de la paroi chaude qui tourne dans le sens inverse montre un cas intermédiaire entre un écoulement dominé par la convection naturelle et un écoulement dominé par la convection de Marangoni (les deux phénomènes participent à constituer cet écoulement).

Nous remarquons également que la variation de la vitesse axiale le long de l'axe Z (Fig. 5) est négative. Ceci démontre que le sens de l'écoulement près de l'axe de symétrie ($R = 0$) est dans le sens inverse de Z , où la vitesse augmente avec l'augmentation de nombre de Marangoni. Sur la Figure. 6, nous avons présenté le nombre du Nusselt moyen, pour différents nombres de Marangoni. On peut voir clairement que l'augmentation du nombre de Marangoni provoque une augmentation de taux de transfert thermique.

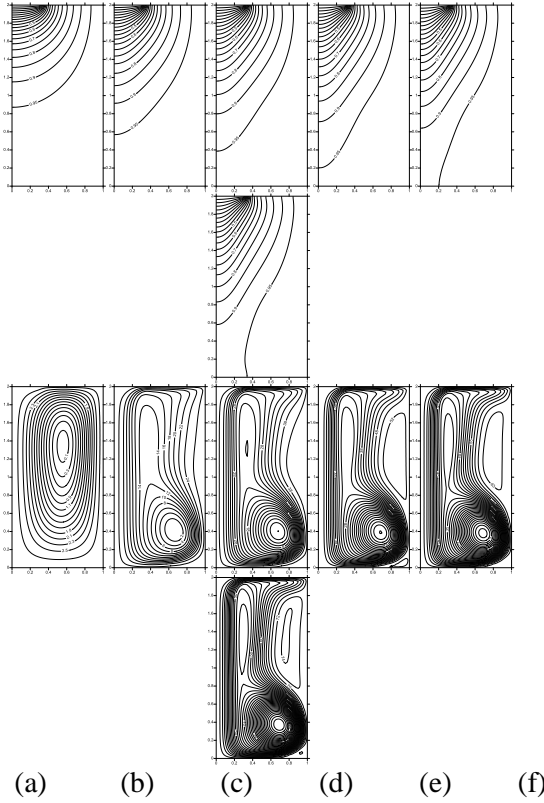


Fig. 4: Lignes isothermes (haut) et les lignes de courant (bas) pour différents nombres de Marangoni (a: $Ma = 0$, b: $Ma = 200$, c: $Ma = 400$, d: $Ma = 600$, e: $Ma = 800$, f: $Ma = 1000$).

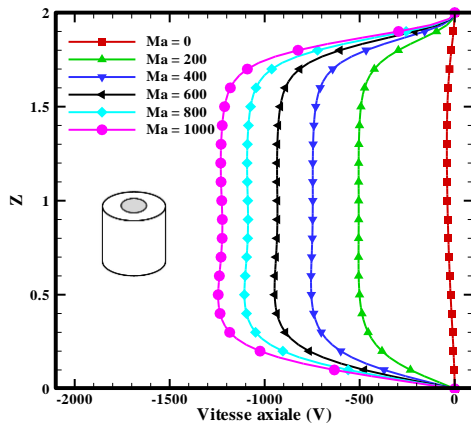


Fig. 5: Profils de la composante de vitesse axiale V (à $R = 0$), pour différents nombres de Marangoni.

4. Effet du champ magnétique

Dans cette partie, nous voulons voir l'effet du champ magnétique axial sur le phénomène en question (convection de Marangoni), pour cela nous allons fixer le nombre de Marangoni à $Ma = 200$, et appliquer un champ magnétique uniforme suivant la direction axiale (B_z) sur le système pour différentes intensités de $Ha = 0, 25, 50, 75$ et 100 .

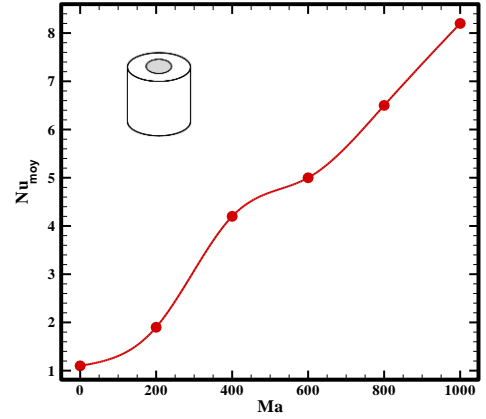


Fig. 6: Nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} pour différents nombres de Marangoni.

Sur la [Figure. 7](#), nous avons présenté les lignes de courant pour différents nombres de Hartmann, nous constatons clairement que le champ magnétique a un effet important sur les caractéristiques de l'écoulement. La cellule principale prend une forme uniforme (idéale) au cœur de la cavité. Ceci est montré par la décélération de la vitesse du métal liquide comme le montre sur la [Figure. 8](#). On constate également une diminution importante de la vitesse lorsque le nombre de Hartmann augmente.

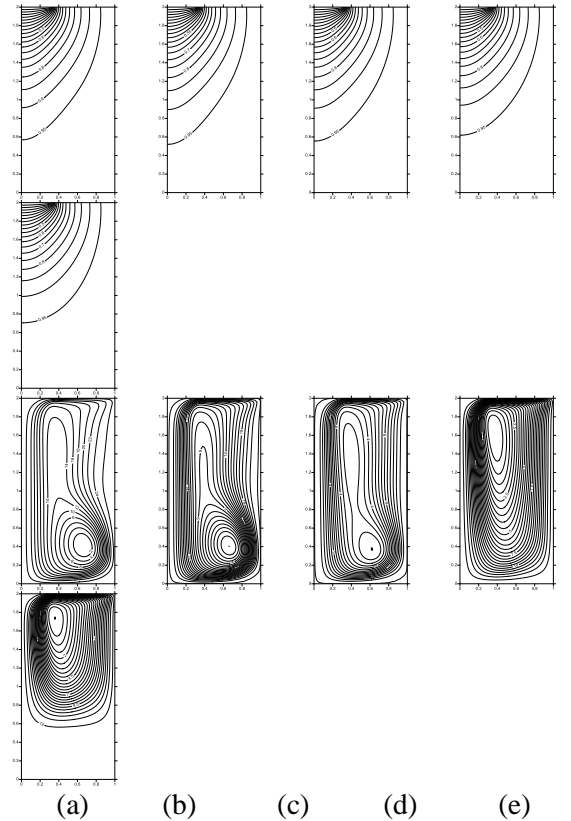


Fig. 7: Lignes isothermes (haut) et les lignes de courant (bas) pour différents nombres de Hartmann (a: $Ha = 0$, b: $Ha = 25$, c: $Ha = 50$, d:

$Ha = 75$, e: $Ha = 100$).

Pour les isothermes, on remarque que l'application du champ magnétique comprime les isothermes vers le cristal, ce qui montre la réduction du taux de transfert de chaleur par convection (Fig. 9). On peut voir clairement que l'augmentation du nombre de Hartmann provoque une diminution de taux de transfert thermique. Ceci est dû aux forces électromagnétiques qui influent sur les particules fluides en action appasant.

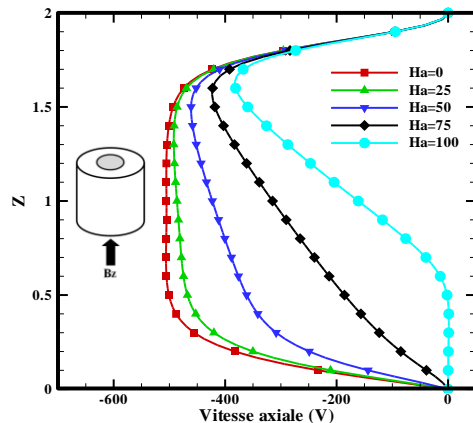


Fig. 8: Profils de la composante de vitesse axiale V (à $R = 0$), pour différents nombres de Hartmann.

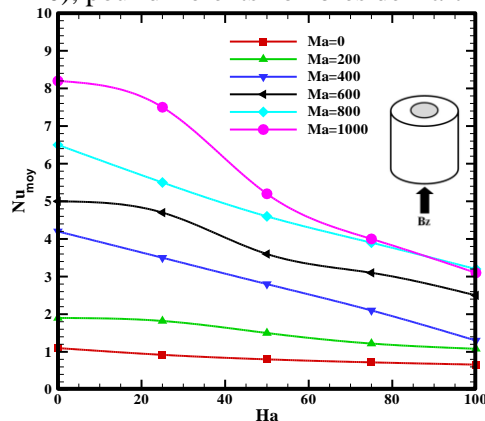


Fig. 9: Nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} , pour différents nombres de Hartmann.

V. Conclusion

Une étude numérique de la stabilité magnétique de la convection de Marangoni est présentée. Les résultats obtenus montrent que:

- L'écoulement de convection stable se manifeste par une seule cellule de recirculation pour $Ma = 0$.
- L'augmentation du nombre de Marangoni déstabilise l'écoulement et provoque une augmentation des vitesses et de taux de transfert thermique.

- L'application d'un champ magnétique axial sur la convection entraîne des changements importants sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Il engendre une diminution dans le taux de transfert thermique et amortisse considérablement le champ de vitesses, et par conséquent il stabilise la convection de Marangoni.

VI. Références

- [1] D.T.J. Hurle, Crystal pulling from the melt, Springer, 1993.
- [2] B. Ghernaout, S. Bouabdallah, A. Benchatti, R. Bessaïh, Effect of the buoyancy ratio on oscillatory double-diffusive convection in binary mixture. *Numerical Heat Transfer*, vol. 66, (2014) 928-946.
- [3] H. Ben Hadid, B. Roux, Buoyancy- and thermocapillary- driven flows in differentially heated cavities for low-Prandtl-number fluids, *J. Fluid Mechanics*, vol. 235, (1992) 1-36.
- [4] V. Kumar, G. Biswas, G. Brenner, F. Durst, Effect of thermocapillary convection in an industrial Czochralski crucible: numerical simulation, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, vol. 46, (2003) 1641-1652.
- [5] V. Kumar, G. Biswas, G. Brenner, F. Durst, Role of Marangoni convection in Si-Czochralski melts, part I: 3D predictions without crystal, *J. Crystal Growth*, vol. 253, (2003) 142-154.
- [6] D.J. Carlson, A.F. Witt, Quantitative analysis of the effects of vertical magnetic fields on microsegregation in Te-doped LEC GaAs, *J. Crystal Growth*, vol. 116, (1992), 461.
- [7] S. Bouabdallah, R. Bessaïh, B. Ghernaout, A. Benchatti, Effect of an external magnetic field on 3-D oscillatory natural convection of molten gallium during phase change, *Numerical Heat Transfer*, vol. 60, (2011) 84-105.
- [8] A.Yu. Gelfgat, P.Z. Bar-Yoseph, The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity, *Physics of Fluids*, vol. 13, (2001) 2269-2279.
- [9] D. Schwabe, A. Scharmann, Marangoni convection in open boat and crucible, *J. Crystal Growth*, vol. 52, (1981) 435-449.
- [10] C.J. Jing, N. Imaishi, S. Yasuhiro, Y. Miyazawa, Three dimensional numerical simulation of spoke pattern in oxide melt, *J. Crystal Growth*, vol. 200, (1999) 204-212.

- [11] A. Atia, S. Bouabdallah, M. Teggat, A. Benchatti, Numerical study of mixed convection in cylindrical Czochralski configuration for crystal growth of silicon, *Int. J. Heat and Technology*, vol. 33, (2015) 39-46.
- [12] S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, *McGraw-Hill, New-York*, 1980.
- [13] C. Karcher, Y. Kolesnikov, O. Andreev, A. Thess, Natural convection in a liquid metal heated from above and influenced by a magnetic field, *Euro. J. Mechanics- B/Fluids*, vol. 21, (2002) 75-90.

Nomenclature

Ar	: rapport de forme
B	: intensité de champ magnétique, T
F_{EMr}	: force de Lorentz suivant R
g	: accélération de la pesanteur, $m \cdot s^{-2}$
Gr	: nombre de Grashof
Ma	: nombre de Marangoni
H	: hauteur de cylindre, m
Ha	: nombre de Hartmann
P	: pression adimensionnel
Pr	: nombre de Prandtl
R_c	: rayon du cylindre, m
R, Z	: coordonnées méridional adimensionnelles
T	: température, K

Symboles grecs :

α	: diffusivité thermique, $m^2 \cdot s^{-1}$
β	: coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
ρ	: masse volumique, $kg \cdot m^{-3}$
σ	: conductivité électrique, $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$
γ	: tension superficielle, $N \cdot m^{-1}$
ν	: viscosité cinématique, $m^2 \cdot s^{-1}$
θ	: température adimensionnelle

Indices :

c	: chaude
f	: froide
0	: état de référence