

# TRANSFERT THERMIQUE INSTATIONNAIRE DANS UN MUR TRICOUCHES SUBISSANT UN CHANGEMENT DE PHASE PAR SOLIDIFICATION.

Arfi. O, Mezaache.E

<sup>1</sup>Laboratoire de Recherche sur la Physico-chimie des Surfaces et Interfaces, LRPCSI, Université du 20 Août 1955 Skikda, Algeria.(e-mail: arfiwalid87@yahoo.fr).

Reçu le 14/01/2014 – Accepté le 24/08/2014

## Résumé

Une étude numérique du transfert de chaleur instationnaire dans un mur tricouches est présentée. Le modèle physique est basé sur l'équation de conduction thermique unidirectionnelle en tenant compte des équations de couplages au niveau des interfaces et des conditions convectives de surfaces. Les équations de transfert sont données en représentation enthalpique pour le matériau à changement de phase (MCP), et en formulation générale pour les régions solides. La formulation adimensionnelle a permis de dégager les principaux paramètres affectant le transfert : nombre de Biot ( $Bi$ ), nombre de Stephan ( $Ste$ ) et le degré de surchauffe ( $\theta_m$ ). La discrétisation des équations est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis selon un schéma explicite. La solution numérique est obtenue par une méthode itérative basée sur la notion d'enthalpie critique. L'étude de l'influence de la condition convective chaude, gouvernée par  $Bi_{\infty,c}$  et  $\theta_{\infty,c}$ , a montré que la présence des couches solides affecte la cinétique de la solidification, les limites de la solidification et le transfert de chaleur par un effet de stockage et de déstockage d'énergie sensible. L'influence de la température  $\theta_{\infty,c}$  sur le processus de changement de phase est fortement dépendante du nombre de Biot  $Bi_{\infty,c}$ .

**Mots clés:** *Changement de Phase, Solidification, Formulation Enthalpique, MCP.*

## Abstract

A numerical study of unsteady heat transfer in three-layer wall is presented. The physical model is based on unidirectional thermal conduction equation by considering the coupling equations at interfaces and surface convective conditions. The transfer equations are given in enthalpy representation for phase change material (PCM) and in general formulation for solid regions. The dimensionless formulation has identified the main parameters affecting the transfer: Biot number ( $Bi$ ), Stephan number ( $Ste$ ) and the superheat parameter ( $\theta_m$ ). The equations discretization is performed using the finite volume method according to an explicit scheme. The numerical solution is obtained by an iterative method based on the concept of critical enthalpy. The study of the influence of convective hot condition, governed by  $Bi_{\infty,c}$  and  $\theta_{\infty,c}$ , showed that the presence of solid layers affects the kinetics of solidification, the limits of the solidification and heat transfer by storage or destocking sensible heat energy. The influence of  $\theta_{\infty,c}$  on phase change process is highly dependent on the Biot number  $Bi_{\infty,c}$ .

**Keywords:** *Phase Change, Solidification, Enthalpy formulation, PCM*

## ملخص

يهدف هذا العمل بدراسة الانتقال الحراري المتعلق بالزمن داخل جدار مكون من ثلاث طبقات و خاضع لتغير في الطور أثناء التصلب. سطح الجدار خاضع لتأثير الحمل الحراري. الهدف هو متابعة تطور ظاهرة تغير الطور أثناء التصلب، وأيضاً معرفة دور المواد متغيرة الطور في تحسين تخزين الحرارة أو البرودة. تمت نمذجة المواضيع الفيزيائية باستعمال نموذج رياضي مبني على معادلة الحرارة بشكلها الاونثالي في مناطق الحلول التي يظهر فيها تغير للطور، ونموذج رياضي مبني على معادلة انتقال الحرارة في صيغتها العامة في مناطق الحلول التي تمثل الطبقة الصلبة (لا يوجد تغير في الطور)، الربط بين منطقتي الحلول يتم على مستوى الأسطح المشتركة بينها. من بين النتائج المستخرجة في هذا العمل نجد تطور درجة الحرارة والاونثالي عبر الزمن، تطور موضع الحد الفاصل بين المنطقة الصلبة و المنطقة السائلة، أيضاً تأثير بعض المقادير اللابعدية كدرجة حرارة المائع الموضوع على اليسار و معامل انتقال الحرارة بالحمل على عملية التجمد.

**الكلمات المفتاحية :** المواد متغيرة الطور، الطريقة الاونثالية، تجمد- ذوبان، التصلب.

## NOMENCLATURE

Les grandeurs adimensionnelles

c	capacité calorifique [J/kg.K°]
h	enthalpie massique [J/kg]
$h_c, h_f$	coefficients de convections [W/m <sup>2</sup> .K°]
j	incrément du temps
k	conductivité thermique [W/m.K°]
$L_{fm}$	chaleur latent de fusion [J/kg]
L	épaisseur [m]
n	nombre totale de nœuds
T	température [K°]
t	temps[s]
x	coordonné spatiale[m]

Les grandeurs adimensionnelles

$Bi_c, Bi_f$	nombres de Biot
C	capacité calorifique
H	enthalpie
K	conductivité thermique
Ste	nombre de Stéfan
V	volume

Caractères grec

$\rho$	masse volumique [kg/m <sup>3</sup> ]
$\alpha$	diffusivité thermique [m <sup>2</sup> /s]
$\theta$	température adimensionnelle
$\tau$	temps adimensionnelle
$\Delta\tau$	pas temps
$\Delta x$	pas d'espace

Indices

l	liquide
s	solide
c	chaud
f	froid
i	initiale
m	MCP
ref	références

## I. INTRODUCTION

Le transfert thermique dans les matériaux à changement de phase a fait l'objet de nombreux travaux de recherche. Plusieurs axes de recherche numériques ou expérimentaux ont été développés. En particulier : recherche sur la caractérisation et les propriétés du MCP, le stockage thermique par MCP et le confort thermique par intégration des MCP dans le bâtiment.

Pour améliorer les propriétés des MCP, habituellement utilisées (les hydrates salins, les paraffines, ...), de nombreux travaux sont réalisés en vue de créer de nouveaux mélanges avec moins d'inconvénients. Morisson et al [1] a proposé une démarche de conception des systèmes de stockage et a montré les avantages des composites sel-graphite. Ils ont montré que les composites graphite-sel permettent de réduire significativement la longueur totale de

conduites du système de stockage tout en satisfaisant les mêmes contraintes de capacité de stockage et de puissance que les sels. Lopez et al [2] ont essayé de développer des matériaux composites graphite/sel alliant les propriétés de stockage des sels avec les propriétés de transfert du graphite. L'étude expérimentale a montré l'absence d'influence du graphite sur la chaleur latente des sels, ainsi que sur leur stabilité thermochimique, la réduction presque systématique du degré de surfusion et l'avancement de la température de fusion.

Concernant le stockage thermique par MCP, plusieurs travaux ont été réalisés sur les techniques et procédés de stockage de la chaleur ou du froid. Bédécarrats et al [3] ont étudié un procédé industriel de stockage de l'énergie utilisable pour la climatisation ou la réfrigération. Le dispositif expérimental réalisé se compose d'un réservoir de taille réduite rempli de nodules sphériques contenant un matériau à changement de phase, et traversé par un écoulement réfrigérant. Les auteurs ont montré que la durée de stockage et de déstockage sont différentes. En plus, leurs travaux de simulation confirment les résultats expérimentaux et aide à expliquer les deux modes stockage et déstockage.

L'utilisation des MCP pour la climatisation de bâtiment peut être réalisée de deux manières, soit par son intégration directe dans le mur, ou bien en utilisant des équipements contenant des MCP. Halford et Boehm [4] ont mené des travaux dont l'objectif de développer une technique de décalage

de la charge maximale potentielle de climatisation, en utilisant des MCP conçus pour être installés au sein du plafond ou dans le mur. La structure du plafond est modélisée comme un mur de trois couches où le MCP étant la couche centrale. Kuznik et al [5] ont utilisé et adapté le logiciel commercial Codymur pour prendre en compte les MCP dans un modèle de structure de maison à ossature en bois dont l'objectif de montrer comment l'épaisseur optimale du matériau MCP peut être définie.

Sur le plan théorique et numérique, nombreuses investigations ont été faites portant sur la modélisation du transfert par changement de phase lors de la solidification ou la fusion au sein d'une capsule de différentes géométries [6-8] ou sur le transfert de chaleur dans une cavité contenant un empilement de capsules [3].

Le présent travail numérique a pour objectifs la modélisation d'un échangeur MCP assimilé à une paroi constituée de trois couches de matériaux juxtaposées et contenant un matériau à changement de phase (MCP) assimilé à une couche.

## II. SYSTEME PHYSIQUE

Considérons un mur composé de trois couches, deux couches solides à l'extérieur et une couche de MCP au centre et subissant un changement de phase par solidification. Le mur est soumis à deux conditions convectives. Le couplage entre les différentes régions est réalisé au niveau des interfaces, solide 1-MCP (interface 1), MCP-solide 2 (interface 2). La première condition convective prendra différentes valeurs (chaude et froide), définie par  $(h_c, T_{\infty c})$ , est imposée à la surface convective (froide), définie par  $(h_f, T_{\infty f})$ , est extérieure du mur (surface  $S_3$ ), la deuxième imposée à la surface extérieure du mur ( $S_4$ ). Afin de réaliser la solidification, on gardera dans toutes les applications numériques  $T_{\infty f} < T_m$ , où cette dernière désigne la température de changement de phase.

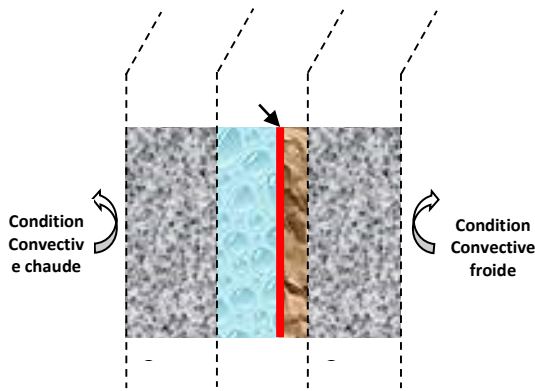


Fig. 1. Mur tricouche (solide 1-MCP-solide 2)

## III. MODELE MATHEMATIQUE

Le problème étudié concerne le transfert de chaleur par conduction, avec la présence de changement de phase par solidification du MCP. Les hypothèses simplificatrices utilisées: (1) la déformation du volume du mur due à la variation de la température est négligeable. (2) les deux couches solides sont des conducteurs passifs. (3) absence de la convection naturelle au cours de la solidification de la couche MCP. (4) le transfert de chaleur est unidirectionnel. (5) l'enveloppe contenant le MCP est supposée de faible épaisseur et d'un matériau de bonne conductivité thermique pour qu'on puisse négliger sa résistance thermique. (6) les températures des fluides et les coefficients d'échange sont considérés constants. (7) les propriétés physiques et thermiques du MCP (la conductivité thermique  $k$ , la capacité calorifique  $c$ , la densité  $\rho$  sont les mêmes dans les deux phases solide et liquide.

### A. Formulation mathématique

Sous les hypothèses précédentes, le modèle physique est régi par l'équation de conduction thermique unidirectionnelle en régime variable. Par la

suite, nous désignons par solide 1, la couche soumise à la condition convective chaude et par solide 2, la couche soumise à la condition convective froide.

Matériau à changement de phase (MCP):

$$\begin{cases} \text{région liquide : } T > T_m : \rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \\ \text{région solide : } T < T_m : \rho_s c_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (1)$$

Solide 1 et 2 :

$$\rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_c} \left( k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} \right) \quad (2)$$

$$\rho_f c_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_f} \left( k_f \frac{\partial T_f}{\partial x_f} \right) \quad (3)$$

### B. Conditions initiales et de surfaces

A l'instant  $t=0$ , les différentes couches du mur sont à la même température initiale. Les conditions de surfaces traduisent le couplage entre les différentes couches au niveau des interfaces et les conditions convectives extérieures imposées au mur. Soit :

Le mur est initialement à l'équilibre thermique, la condition initiale se traduit par :

$$T(x,0) = T_i \equiv T_c(x_c,0) = T_i \equiv T_f(x_f,0) = T_i \quad (4)$$

Les conditions au niveau des surfaces ( $S_3$ ), ( $S_1$ ), ( $S_2$ ) et ( $S_4$ ) s'expriment respectivement par :

$$-k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} \Big|_{x_c=0} = h_c (T_{\infty c} - T_3) \quad (5)$$

$$-k_c \frac{\partial T_c}{\partial x_c} \Big|_{x_c=2L_c} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (6)$$

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial x_f} \Big|_{x_f=0} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=2L} \quad (7)$$

$$-k_f \frac{\partial T_f}{\partial x_f} \Big|_{x_f=2L_f} = h_f (T_4 - T_{\infty f}) \quad (8)$$

Où  $T$  est la température,  $k$  la conductivité thermique et  $x$  la position axiale. Le indices  $c$  et  $f$  se rapportent respectivement à la couche solide chaude et froide.

### C. Formulation adimensionnelle

Pour faciliter le traitement numérique et identifier les principaux paramètres physiques gouvernant le transfert, posons les grandeurs adimensionnelles suivantes :

## 1. Coordonnées spatio-temporelles

Pour le MCP :

$$(x, t) \mapsto X = \frac{x}{L_m}, \tau = \frac{\alpha_{ref}}{L_m^2} t \quad (9)$$

Pour le solide 1 :

$$(x_c, t) \mapsto X_c = \frac{x_c}{L_c}, \tau_c = \frac{\alpha_{ref,c}}{L_c^2}, \tau_c = f_c \cdot \tau \quad (10)$$

Pour le solide 2 :

$$(x_f, t) \mapsto X_f = \frac{x_f}{L_f}, \tau_f = \frac{\alpha_{ref,f}}{L_f^2} t, \tau_f = f_f \cdot \tau \quad (11)$$

## 2. Variables physiques

Pour le MCP, le solide 1 et le solide 2, la température et l'enthalpie adimensionnelles sont définies par :

$$H = \frac{h}{h_{ref}} \theta = \frac{T - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}}$$

D'où, on obtient :

$$\theta_m = \frac{T_m - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}}, \theta_{\infty c} = \frac{T_{\infty c} - T_{\infty f}}{T_i - T_{\infty f}}, \theta_{\infty f} = 0 \quad (12)$$

Notons que :

$$0 \leq \theta_m \leq 1 \quad (T_{\infty f} \leq T_m \leq T_i)$$

$$\theta_{\infty c} \geq 0 \quad (T_{\infty c} \geq T_{\infty f})$$

$$\theta_{\infty c} = 0 \quad (T_{\infty c} = T_{\infty f})$$

$$\theta_{\infty c} < 1 \quad (T_{\infty c} < T_i)$$

$$\theta_{\infty c} = 1 \quad (T_{\infty c} = T_i)$$

$$\theta_{\infty c} > 1 \quad (T_{\infty c} > T_i)$$

## 3. Conditions convectives et état initial

Ces conditions sont régies par les deux nombres adimensionnels : nombre de Biot et nombre de Stephan, définis par :

$$Bi_f = \frac{h_f L_f}{k_{ref,f}}, Bi_c = \frac{h_c L_c}{k_{ref,c}}, Ste = \frac{h_{ref}}{\rho_{ref} L_{fm}} \quad (13)$$

## 4. Propriétés physiques MCP, solide 1 et 2

La conductivité et la capacité thermiques adimensionnelles sont exprimées par :

$$K = \frac{k}{k_{ref}}, K_f = \frac{k_f}{k_{ref,f}}, K_c = \frac{k_c}{k_{ref,c}} \quad (14)$$

$$C = \frac{c}{c_{ref}}, C_f = \frac{c_f}{c_{ref,f}}, C_c = \frac{c_c}{c_{ref,c}} \quad (15)$$

## 5. Grandeurs de références :

Pour le MCP

$$\rho_{ref} = \rho_s, k_{ref} = k_s, c_{ref} = c_s, \alpha_{ref} = \frac{k_{ref}}{\rho_{ref} c_{ref}} \quad (16)$$

$$h_{ref} = \rho_{ref} c_{ref} (T_i - T_{\infty f})$$

Pour le solide 1 :

$$\alpha_{ref,c} = \alpha_c, c_{ref,c} = c_c$$

$$\alpha_{ref,c} = \frac{k_{ref,c}}{\rho_{ref,c} c_{ref,c}} = \frac{k_c}{\rho_c c_c} = \alpha_c \quad (17)$$

Pour le solide 2 :

$$\alpha_{ref,f} = \alpha_f, c_{ref,f} = c_f$$

$$\alpha_{ref,f} = \frac{k_{ref,f}}{\rho_{ref,f} c_{ref,f}} = \frac{k_f}{\rho_f c_f} = \alpha_f \quad (18)$$

## 6. Equations de la chaleur

En se basant sur les grandeurs adimensionnelles précédentes, les équations du modèle s'écrivent :

Pour le MCP, la formulation en variable enthalpique est utilisée afin de surmonter le problème de la présence d'un front mobile. Le système représenté par les équations (1) est réduit à une seule équation et comme la variation spatiale est unidirectionnelle suivant (x), cette équation devient :

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial X} \left( K \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) \quad (19)$$

Où les relations de couplage entre la température et l'enthalpie sont données par :

$$H(\theta) = \begin{cases} \theta - \theta_m \\ C(\theta - \theta_m) + 1/Ste \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} \theta < \theta_m \\ \theta > \theta_m \end{cases} \quad (20)$$

$$\theta = \begin{cases} H + \theta_m \\ \theta_m \\ (H - 1/Ste)/C + \theta_m \end{cases} \quad \text{pour } \begin{cases} H < 0 \\ 0 \leq H \leq 1/Ste \\ H > 1/Ste \end{cases} \quad (21)$$

Pour les couches solides chaude et froide, les équations sont données en formulation générale :

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial \tau} = f_c \frac{\partial}{\partial X_c} \left( K_c \frac{\partial \theta_c}{\partial X_c} \right), f_c = \frac{\alpha_c}{\alpha_s} \left( \frac{L_m}{L_c} \right)^2 \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = f_f \frac{\partial}{\partial X_f} \left( K_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X_f} \right), f_f = \frac{\alpha_f}{\alpha_s} \left( \frac{L_m}{L_f} \right)^2 \quad (23)$$

## 7. Condition initiale et aux limites

La condition thermique initiale se traduit par :

$$\theta(X, 0) = 1 \equiv \theta_c(X_c, 0) = 1 \equiv \theta_f(X_f, 0) = 1 \quad (24)$$

Les conditions au niveau des surfaces S3, S1, S2 et S4 s'expriment respectivement par :

$$K \frac{\partial \theta_c}{\partial X_c} \Big|_{X_c=0} = Bi_c (\theta_3 - \theta_{\infty,c}) \quad (25)$$

$$K \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0} = \frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}} K_c \frac{\partial \theta_c}{\partial X_c} \Big|_{X_c=2} \quad (26)$$

$$K \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=2} = \frac{L_m}{L_f} \frac{k_{ref,f}}{k_{ref,mcp}} K_f \frac{\partial \theta_f}{\partial X_f} \Big|_{X_f=0} \quad (27)$$

$$K \frac{\partial \theta_f}{\partial X_f} \Big|_{X_f=2} = -Bi_f \cdot \theta_4 \quad (28)$$

#### IV. SOLUTION NUMERIQUE

##### A. Le maillage

Pour chacune des régions, un maillage spatial uniforme est utilisé. Le pas d'espace, désignant l'espace entre deux nœuds intérieurs est noté  $\Delta X$ . Chaque nœud représente le centre du volume de contrôle dont les faces gauche et droite sont notées respectivement  $w$  et  $e$ . Les nœuds adjacents recevront les notations  $W$  et  $E$ .

##### B. Discrétisation des équations

La discrétisation des équations régissant les différentes couches du mur est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis avec un maillage uniforme pour chacune des couches. Pour les deux solides, les équations discrétisées sont déduites à partir de la formulation générale tandis que pour le MCP, elles sont obtenues à partir de la formulation enthalpique. Les équations discrétisées traduisant le couplage au niveau des interfaces du mur sont obtenues à partir des conditions aux limites qui gouvernent ces interfaces. Le nombre total de nœuds et le pas d'espace pour le solide 1, solide 2 et le MCP sont donnés respectivement par  $(N_c, \Delta X_c, N_f, \Delta X_f, N, \Delta X)$ . Les trois couches commencent et se terminent par des demi-volumes de contrôle. Pour la variable temporelle, les trois régions sont discrétisées selon le schéma explicite. Ainsi, l'analyse de la stabilité de la solution et de l'effet du maillage a permis d'obtenir un maillage adéquat :  $N_c=N_f=N=81$ .

##### 1. Équations discrétisées du solide 1

Pour un nœud intérieur

$$\theta_c^p(j+1) = \theta_{c,j}^p + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}} \cdot \left( K_{cw} \frac{\theta_{c,j}^W - \theta_{c,j}^P}{\Delta X_c} - K_{ce} \frac{\theta_{c,j}^P - \theta_{c,j}^E}{\Delta X_c} \right)$$

Pour le premier nœud

$$\theta_c^l(j+1) = \theta_{c,j}^l + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}}$$

$$\cdot \left( K_{cw} \frac{\theta_{c,j}^2 - \theta_{c,j}^l}{\Delta X_c} - Bi_c (\theta_{3,j} - \theta_{\infty,c}) \right) \quad (30)$$

Pour le dernier nœud

$$\theta_c^{N_g}(j+1) = \theta_{c,j}^{N_g} + f_c \frac{\Delta \tau}{X_{cw} - X_{ce}}$$

$$\cdot \left( K_w \frac{\theta_j^1 - \theta_{1,j}}{\frac{\Delta X}{2}} - K_{ce} \frac{\theta_{c,j}^{N_g} - \theta_{c,j}^{N_g-1}}{\Delta X_c} - \frac{\frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}}}{\frac{\Delta X}{2}} \right) \quad (31)$$

##### Équations discrétisées du MCP

Pour un nœud intérieur

$$H^p(j+1) = H_j^p + \frac{\Delta \tau}{X_w - X_e} \cdot \left( K_w \frac{\theta_j^W - \theta_j^P}{\Delta X} - K_e \frac{\theta_j^P - \theta_j^E}{\Delta X} \right) \quad (32)$$

Pour le premier nœud

$$H^l(j+1) = H_j^l + \frac{\Delta \tau}{X_w - X_e} \cdot \left( K_w \frac{\theta_j^2 - \theta_j^l}{\Delta X} - \frac{L_m}{L_c} \frac{k_{ref,c}}{k_{ref,mcp}} \times K_{ce} \frac{\theta_{1,j} - \theta_{c,j}^{N_g}}{\Delta X_c / 2} \right) \quad (33)$$

Pour le dernier nœud

$$H^N(j+1) = H_j^N + \frac{\Delta \tau}{X_w - X_e} \cdot \left( \frac{L_m}{L_f} \frac{k_{ref,f}}{k_{ref,mcp}} K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^1 - \theta_{2,j}}{\frac{\Delta X_f}{2}} - K_e \frac{\theta_j^N - \theta_j^{N-1}}{\Delta X} \right) \quad (34)$$

##### 2. Équations discrétisées du solide 2

Pour un nœud intérieur

$$\theta_f^p(j+1) = \theta_{f,j}^p + \frac{f_f \Delta \tau}{X_{fw} - X_{fe}} \cdot \left( K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^W - \theta_{f,j}^P}{\Delta X_f} - K_{fe} \frac{\theta_{f,j}^P - \theta_{f,j}^E}{\Delta X_f} \right) \quad (35)$$

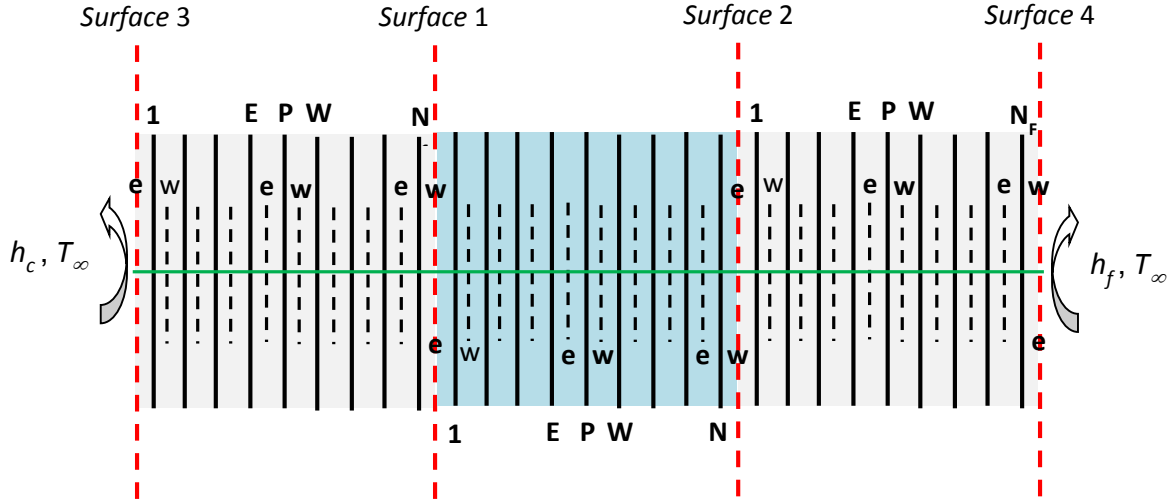


Fig. 2. Maillage du mur

Pour le premier nœud

$$\theta_f^1(j+1) = \theta_{f,j}^1 + \frac{f_f \Delta \tau}{X_{fw} - X_{fe}} \left( K_{fw} \frac{\theta_{f,j}^2 - \theta_{f,j}^1}{\Delta X_f} - \frac{L_f k_{ref,mcp}}{L_m k_{ref,f}} K_w \frac{\theta_{2,j} - \theta_j^N}{\frac{\Delta X}{2}} \right) \quad (36)$$

Pour le dernier nœud

$$\theta_f^{Nf}(j+1) = \theta_{f,j}^{Nf} + \frac{f_f \Delta \tau}{X_{fw} - X_{fe}} \left( -Bi_f \theta_{4,j} - K_{fe} \frac{\theta_{f,j}^{Nf} - \theta_{f,j}^{Nf-1}}{\Delta X_f} \right) \quad (37)$$

### C. Algorithme de résolution :

L'exécution des calculs s'effectue selon l'algorithme :

- Initialisation des grandeurs  $\theta_c$ ,  $\theta_f$ ,  $\theta$ ,  $H$
- Définition de l'enthalpie critique  $H_c$  de chaque nœud

Pour le même instant (j) :

- Calcul des nouvelles températures pour le 1<sup>er</sup> solide
- Calcul des nouvelles valeurs d'enthalpie à partir des équations discrétisées
- Mise à jour des températures du MCP
- Calcul des nouvelles températures pour le 2<sup>ème</sup> solide
- Détermination du temps de solidification de chaque nœud
- Affichage des résultats

## V. RESULTATS ET DISCUSSIONS :

Nous présentons l'évolution de la température, de l'enthalpie, de la position du front, les limites de la solidification, les types de stockage de la chaleur sensible et latente ainsi que l'influence des deux solides sur la cinétique de la solidification.

Les résultats présentés sont obtenus pour les conditions suivantes :  $K=1$ ,  $C=1$ ,  $Bi_f=4.5$ ,  $K_c=K_f=1$ . Les deux solides, en béton, ont la même épaisseur, avec  $f_c=f_f=4.43$ , la température de fusion est fixée à  $\theta_m=0.7$ .

### A. Evolution de la température et de l'enthalpie

L'évolution de la température dépend de nombreuses grandeurs physiques : température ambiante chaude, température ambiante froide, nombre de Biot, nombre de Stefan, degré de surchauffe, ...

L'étude numérique est consacrée à l'influence de la condition convective chaude sur la cinétique de la solidification du MCP.

$$1. \text{ Cas 1 : } \theta_{\infty c} = 0 \equiv T_{\infty c} = T_{\infty f}$$

Les figures 3 (a)-(b) représentent l'évolution de la température et de l'enthalpie. Pour les deux solides, on constate un déstockage d'énergie totalement par chaleur sensible. Les nœuds symétriques par rapport à l'axe de la couche MCP ont les mêmes températures et enthalpies. Pour le MCP, ces variations montrent que la

solidification est complète. Ce stade de la solidification comprend : en premier temps, un déstockage de chaleur par chaleur sensible (chute de la température et de l'enthalpie), ensuite par chaleur latente (forte chute de l'enthalpie, la température de changement de phase étant constante), enfin, autre que le déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire, on remarque que le nœud caractérisant la partie centrale de la couche MCP est le dernier à se solidifier. Ceci se traduit par la symétrie du mur en conditions de surfaces et en géométrie. On remarque aussi que la présence des deux solides introduit des résistances thermiques conduisant à un retardement de l'état stationnaire par rapport au cas d'un mur MCP.

### 2. Cas2 : $\theta_{\infty c}=1 \equiv (T_c=T_i)$

Les figures 4 (a)-(b) montrent que le MCP atteint la solidification complète. Les variations de la température et de l'enthalpie montrent que ce procédé se produit ainsi : déstockage par chaleur sensible, ensuite par chaleur latente, enfin déstockage par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. Les deux solides déstockent uniquement la chaleur par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. En outre, la différence par rapport au cas précédent, les nœuds symétriques par rapport au centre du MCP n'ont pas les mêmes températures et enthalpies étant donné que les températures ambiantes extérieures sont différentes. A l'état stationnaire, la température dépend de la position de chaque nœud par rapport aux surfaces extérieures soumises aux conditions convectives. On remarque aussi l'effet de la solidification sur la répartition des températures dans le mur.

### 3. Cas 3 : $\theta_{\infty c}=1.2 : (T_c>T_i)$

Les figures 5 (a)-(b) illustrant les évolutions de la température :

La couche solide soumise à la condition chaude, peut être subdivisée en deux régions. La première, proche de la surface extérieure, stocke la chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire qui s'explique par la variation croissante de la température. La seconde, proche du MCP, commence par un stockage de la chaleur sensible, ensuite un déstockage de la chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire quand l'effet de la condition froide est atteint.

Pour le MCP, les distributions de la température et de l'enthalpie montrent que la solidification est incomplète. Le MCP possède trois régions : la première, proche du solide soumis à la condition chaude, où le MCP stocke la chaleur en premier temps, ensuite la déstocke par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire dû à la condition convective froide. La deuxième, située à l'intérieur, dont le MCP déstocke la chaleur complètement par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire. La troisième région située à

proximité du solide soumis à la condition froide où le MCP déstocke la chaleur par chaleur sensible ensuite par chaleur latente et enfin par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

Pour la couche solide en contact avec la condition froide, on a un déstockage de la chaleur complètement par chaleur sensible jusqu'à l'état stationnaire.

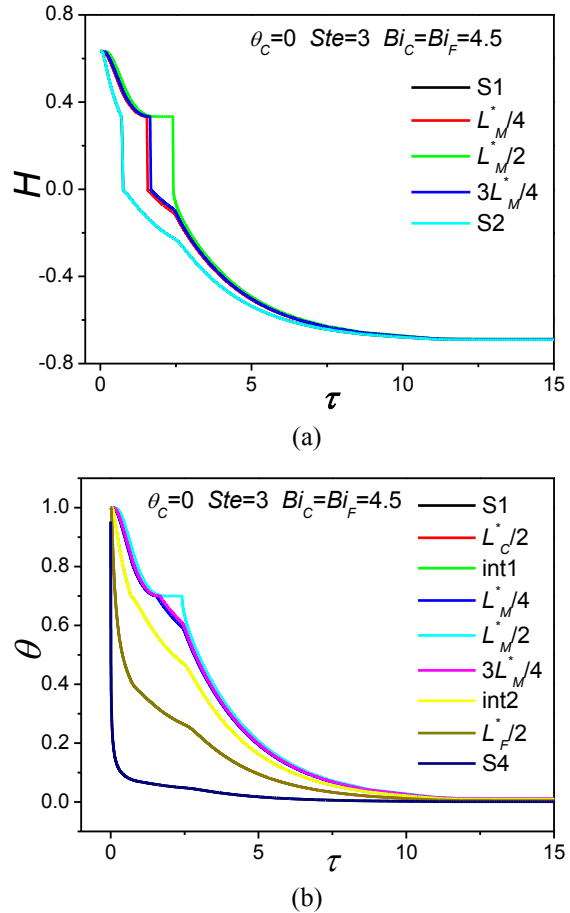


Fig. 3. Evolution de l'enthalpie et de la température ( $\theta_{\infty c}=0 : T_{\infty c}=T_{\infty f}$ )

## B. Evolution du front de solidification

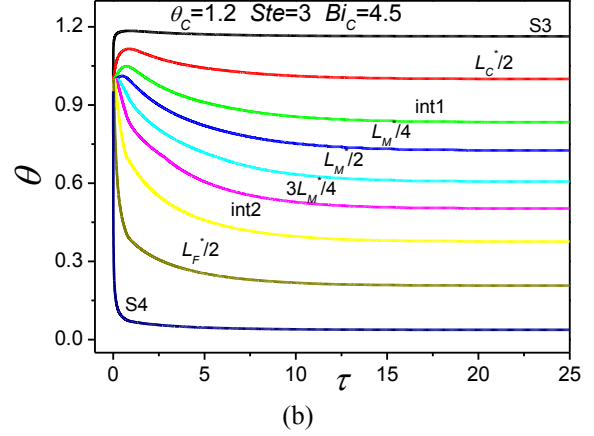
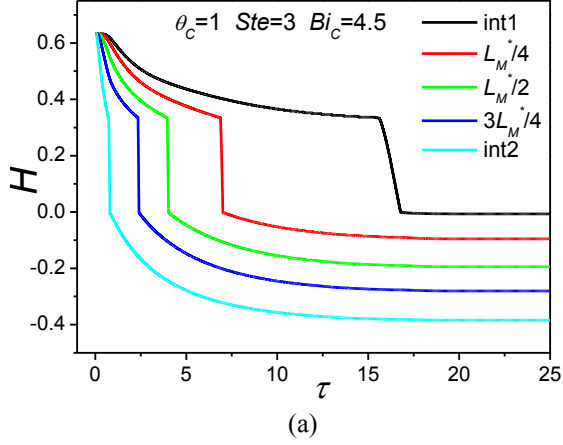
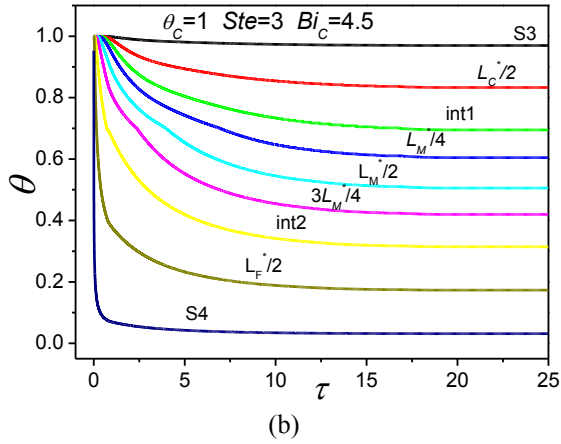
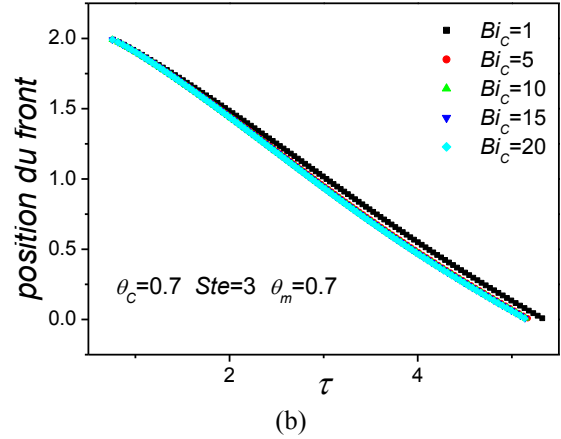
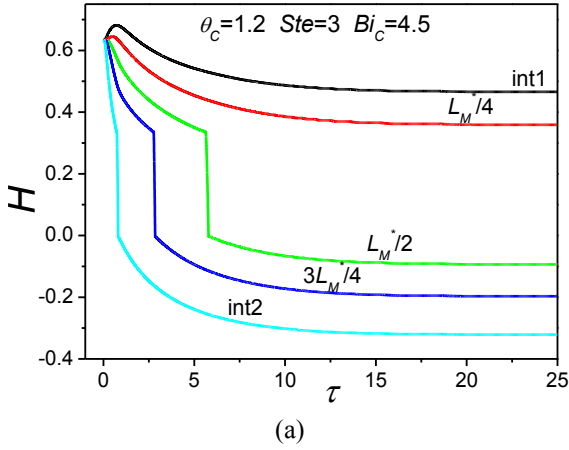
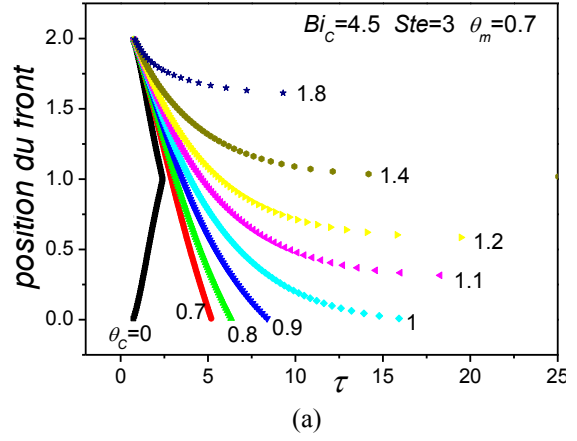
La position du front varie au cours de temps en fonction des paramètres qui gouvernent les conditions de surfaces ainsi que les propriétés physiques adimensionnelles.

### 1. Influence de $\theta_{\infty c}$ sur la position du front

La figure 6 (a) montre que pour  $\theta_{\infty c} \leq 1$ , la solidification est complète. Pour des températures  $\theta_{\infty c} > 1$ , la solidification est partielle ou incomplète.

Pour  $\theta_{\infty c}=0$ , ce qui correspond à des conditions convectives identiques, il y'a la présence de deux fronts de solidification qui évoluent et se rencontrent au plan central du MCP. L'augmentation de  $\theta_{\infty c}$  freine le procédé de solidification, le MCP aura donc besoin de plus de temps pour se solidifier




 Fig. 5. Evolution de l'enthalpie et de la température ( $\theta_{\infty,c} = 1.2 : T_{\infty,c} > T_i$ )

 Fig. 4. Evolution de l'enthalpie et de la température ( $\theta_{\infty,c} = 1 : T_{\infty,c} = T_i$ )


### 1. Influence de $Bi_c$ sur la position du front

Sur les figures 6 (b)-(d), on remarque que  $Bi_c$  a peu d'influence sur la position du front à cause de la présence de la couche solide qui freine la condition convective indépendamment de la valeur du nombre de Biot  $Bi_c$  tandis que pour le cas d'un mur constitué de MCP seule, sans les couches solides,  $Bi_c$  a une influence notable sur l'évolution du front et la cinétique de la solidification.



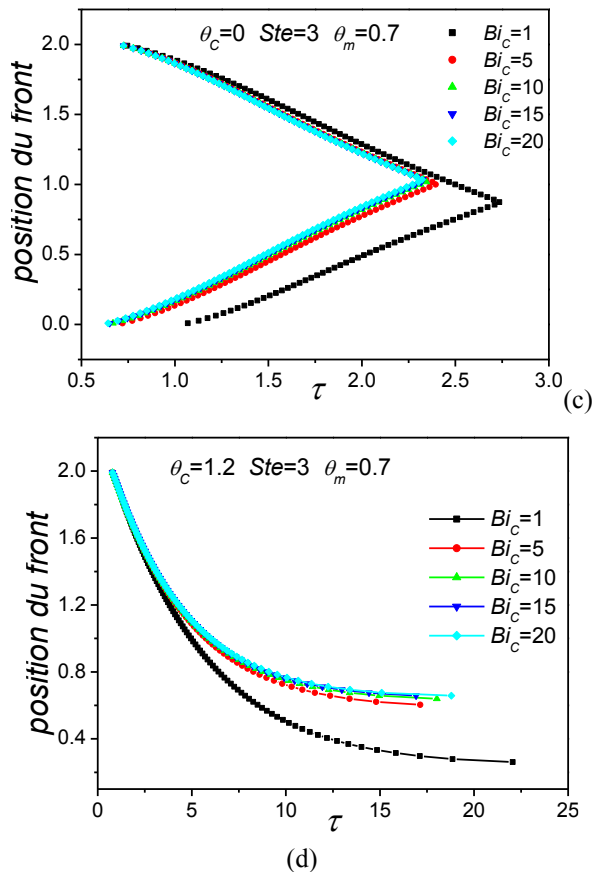


Fig. 6. Cinétique du front de solidification en fonction de  $\theta_{sc}$  et de  $Bi_c$

## VI. CONCLUSION

L'étude de l'influence de la condition convective imposée au deuxième solide, désignant la condition chaude et gouvernée par  $Bi_c$ ,  $\theta_c$  a montrée que :

1-la présence d'une couche solide en contact avec le MCP affecte le transfert de chaleur par un effet de stockage/déstockage d'énergie sensible. Elle atténue l'action convective extérieure imposée au MCP. Ainsi, elle freine la solidification complète ou retarde l'aboutissement à l'état stationnaire comparativement à un mur MCP monocouche.

2- les grandeurs  $Bi_c$ ,  $\theta_c$ , affectent la cinétique et les limites de la solidification. L'action de la température  $\theta_c$  sur le MCP est fortement dépendante du nombre de Biot  $Bi_c$  et croit avec ce nombre.

-Pour  $\theta_c \leq 1$ , la solidification est complète, on distingue: pour  $\theta_c \leq \theta_m$  : cette condition contribue à la solidification. Pour  $\theta_m \leq \theta_c \leq 1$ , elle contribue au refroidissement du MCP par un déstockage par chaleur sensible. Pour  $\theta_c = \theta_f = 0$ , contribue de la même manière à la solidification du MCP que la source froide. La solidification se produit au niveau des deux interfaces du MCP et évoluent vers l'intérieur.

-Pour  $\theta_c \geq 1$ , la solidification est incomplète. Le front évolue vers un état stationnaire. La température chaude réduit l'effet de la condition froide et retarde la solidification. Les faibles nombres de Biot favorisent

l'action de la source froide et permettent au front d'évoluer vers la surface chaude.

## REFERENCES

- [1] Morisson V., Rady M., Palomo E., Arquis E., Systèmes de stockage d'énergie thermique couplés à la production d'électricité par des technologies solaires thermodynamiques. Récents Progrès en Génie des Procédés, 92 (2005).
- [2] Lopez J., Dumas J.P., Palomo E. Composites graphite/sel pour le stockage d'énergie à haute température : étude des effets du graphite et de la microstructure des composites sur les propriétés de changement de phase des sels, C. R. Mécanique, 336, pp 578-585 (2008).
- [3] Bédécarrats J.P., Strub F., Falcon B., Dumas J.P. Phase-change thermal energy storage using spherical capsules: performance of a test plant. Int J. Refrig, Vol.19, pp. 187-196 (1996).
- [4] Halford C.K. and Boehm R.F., Modeling of phase change material peak load shifting, Energy and Buildings, 39, pp 298-305, (2007).
- [5] Kuznik F., Virgone J., Noel J., Reisdorf R., Compréhension des effets de l'inertie thermique : cas des parois contenant des matériaux à changement de phase (MCP), Congrès AUGC (2006).
- [6] Ismail K. and Moraes R., A numerical and experimental investigation of different containers and PCM options for cold storage modular units for domestic applications, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, pp. 4195-4202 (2009).
- [7] Teggat M., Mezaache E., Benchatti A., Zeghmami B. Comparative study of heat transfer during solidification of phase change materials inside three different capsules, International Journal of Heat and Technology 28, 19-23 (2010).
- [8] Teggat M., Mezaache E., "Numerical investigation of total solidification time of a liquid phase change material enclosed in rectangular cavities, Int. Review of Physics, Vol. 6, pp. 158-164 (2012).